ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME IX. JUILLET 1954. N° 37.

TOME IX JUILLET 1954 N° 37

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE (SFR)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE,
AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Rédacteur scientifique : **M. Robert WARNECKE**

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F., Centre d'Information et de Documentation, 10, rue Carducci, Paris (19e).

MESURES DE DURÉE DE VIE DES PORTEURS MINORITAIRES DANS LES SEMI-CONDUCTEURS

Par P. AIGRAIN.

Sommaire. — *Après avoir rappelé les définitions relatives à la durée de vie et à la longueur de diffusion des porteurs minoritaires dans les semi-conducteurs, l'auteur décrit les méthodes de mesure de ces quantités. Une méthode nouvelle, basée sur l'effet photo-magnéto-électrique fait l'objet de la seconde partie de l'étude. Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux mesures industrielles* (C. D .U. : 621.315.59).

Summary. — *Having recalled the definitions relative to the lifetime and diffusion length of minority carriers in semi-conductors, the author outlines the methods used for measuring these quantities. A new method based on the photo-magneto-electric effect is the object of the second part of this paper. This new method is particularly well adapted to industrial measurements* (U. D. C. : 621.315.59).

1. INTRODUCTION.

La plupart des appareils techniques utilisant des semi-conducteurs sont basés sur la possibilité, pour des porteurs minoritaires, c'est-à-dire de types opposés à ceux normalement présents dans le semi-conducteur, de se propager sur une certaine distance avant de se recombiner. Ces porteurs peuvent être introduits dans les semi-conducteurs soit par un effet photoélectrique, qui produit en général une paire électron-trou par photon absorbé, soit par l'utilisation d'un émetteur. Ce dernier est constitué par un contact polarisé dans le sens passant. On sait, depuis quelques années, que le courant direct qui traverse de tels contacts peut en effet être constitué principalement par des porteurs minoritaires. Ce sera le cas, en particulier, toutes les fois que le contact redresseur sera une jonction *np* dans laquelle l'une des parties du semi-conducteur est beaucoup plus pure que l'autre. Le courant dans la région la plus pure est alors composé principalement de porteurs minoritaires. Quel que soit le procédé utilisé pour produire des paires électrons-trous, il faut, afin de pouvoir en tirer des faits utiles, que les porteurs minoritaires se déplacent d'une certaine distance dans le semi-conducteur. Comme les champs électriques qui existent à l'intérieur d'un semi-conducteur loin de tout contact redresseur sont en général très faibles, le déplacement des porteurs minoritaires est surtout conditionné par leur diffusion thermique.

Il est extrêmement important pour le constructeur d'éléments à semi-conducteurs de pouvoir mesurer la distance à laquelle les porteurs minoritaires peuvent diffuser. Plus cette distance sera grande et moins la recombinaison sera gênante, qu'il s'agisse de faire des transistors, des photo-transistors ou même des diodes à jonction; le courant inverse des diodes à jonction est en effet à peu près inversement proportionnel à la distance moyenne pendant laquelle les porteurs minoritaires peuvent diffuser avant recombinaison. On constate donc que la mesure de cette distance a fait l'objet de nombreuses recherches qui ont conduit à des procédés de types très différents et dont aucun ne semble pouvoir supplanter les autres.

Le but de cette étude sera de décrire rapidement les différents procédés connus. Nous insisterons ainsi plus particulièrement sur une méthode basée sur l'effet photo-magnéto-électrique et qui semble particulièrement adaptée comme mesure industrielle. Avant toutefois d'aborder l'étude proprement dite, il ne semble pas inutile de chercher à définir plus précisément les quantités qu'il s'agit de mesurer.

2. Définition de la durée de vie.

Considérons un semi-conducteur contenant une

densité d'équilibre de porteurs majoritaires n (il s'agira, par exemple, d'électrons libres) et admettons que l'on injecte dans ce semi-conducteur par une méthode quelconque, une densité p de porteurs minoritaires (des trous par exemple). Pour conserver la neutralité électrique du semi-conducteur, la densité dés porteurs majoritaires croîtra et deviendra $n+p$. Il en résulte que si le processus de recombinaison des paires électrons-trous était un processus bimoléculaire normal, le nombre de trous qui se recombinent par seconde serait proportionnel à $p(n+p)$, en particulier si la densité est constante dans l'espace et que l'on étudie sa variation dans le temps, elle satisfera à l'équation

$$\frac{dp}{dt} = -A\,p(n+p) \tag{1}$$

dont les solutions ne sont pas simples.

Le processus de recombinaison n'est pas un processus bimoléculaire quoique sa nature ne soit pas encore bien comprise. Il semble bien que des trous se recombinent avec des électrons dans beaucoup de semi-conducteurs par l'intermédiaire de pièges. Il en résulte que l'équation de recombinaison est en général encore plus compliquée que l'équation (1).

Dans ces conditions, la mesure d'une seule quantité ne saurait, en toute rigueur, nous donner d'information complète sur le comportement des trous injectés. Ce qui sauve la situation, c'est que dans la plupart des applications pratiques, tout semble se passer comme si l'on pouvait remplacer l'équation (1) par

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{\tau}. \tag{2}$$

Nous n'essaierons pas de justifier cette équation; nous nous contenterons de remarquer que les résultats que l'on en déduit sont suffisamment raisonnables pour qu'ils puissent être utilisés dans l'étude des appareils à semi-conducteur.

Remarquons que l'équation (2) ne contient plus qu'un seul paramètre qui caractérise ainsi entièrement le spécimen : la quantité τ ou durée de vie des porteurs minoritaires. On démontre facilement que si les trous injectés se déplacent exclusivement par diffusion thermique, leur densité décroîtra en géométrie unidimensionnelle et en régime permanent comme $e^{-\frac{x}{L_p}}$, où la longueur L ainsi définie se nomme longueur de diffusion et vaut

$$L = \sqrt{D\tau}.$$

D, coefficient de diffusion thermique.

Les méthodes de mesure qui vont maintenant être décrites sont basées sur l'hypothèse que l'équation (2) tient rigoureusement.

Elle consiste à réaliser une expérience simple et calculable, dont les résultats dépendent de la quantité τ. De cette expérience l'on déduira la valeur de τ.

3. Recombinaison en surface.

Une difficulté supplémentaire provient de ce que les porteurs minoritaires se recombinent en surface beaucoup plus facilement qu'en volume. Si l'on admet que le nombre de porteurs qui se recombinent par unité de temps et par unité de surface à la surface même du spécimen est proportionnel à la densité des porteurs au voisinage de cette surface, on trouve que le coefficient de proportionnalité à la dimension d'une vitesse. On l'exprime en centimètres par seconde et on le nomme vitesse de recombinaison superficielle.

Cette vitesse n'est pas caractéristique de l'échantillon, mais plutôt du type de traitement superficiel qu'il a subi. Dans la mesure de durée de vie des échantillons, l'existence d'une recombinaison superficielle est une gêne considérable surtout si la durée de vie de volume est élevée car alors, en général, la recombinaison de surface prédomine. Nous verrons que la méthode de mesure des durées de vie par effet photomagnéto-électrique n'est pas ou peu soumise à cette cause d'erreurs, ce qui constitue un de ses principaux avantages. Pour les autres méthodes, il sera en général nécessaire de traiter la surface de manière à réduire autant que possible cette recombinaison et de plus, on devra souvent essayer de déterminer par une méthode quelconque, la vitesse de recombinaison en surface de manière que l'on puisse corriger en conséquence la mesure de durée de vie de volume.

Remarquons d'ailleurs que la mesure de la vitesse de recombinaison superficielle est souvent intéressante par elle-même afin de pouvoir contrôler l'efficacité de certains traitements de surface. Certaines des méthodes qui vont être décrites permettent, au prix de complications plus ou moins grandes, cette double mesure de τ et de σ.

4. Méthodes de mesures de τ.

Les méthodes de mesure employées se divisent en deux grandes classes selon que l'injection de porteurs minoritaires est due à la présence d'un émetteur ou à une radiation lumineuse.

Les méthodes basées sur l'utilisation d'un émetteur

souffrent de ce que celui-ci ne peut pas être déplacé à la surface du semi-conducteur sans que ses caractéristiques propres changent notablement. Aussi ces mesures se font-elles généralement à géométrie constante et l'on cherche à déterminer la durée de vie et l'efficacité de l'injecteur (proportion du courant direct transporté par des porteurs minoritaires) indépendamment l'un de l'autre, en faisant varier un paramètre extérieur tel qu'un champ électrique ou encore en utilisant des injections pulsées et en étudiant directement la variation d'un signal en fonction du temps.

Nous ne nous attarderons pas sur ces méthodes

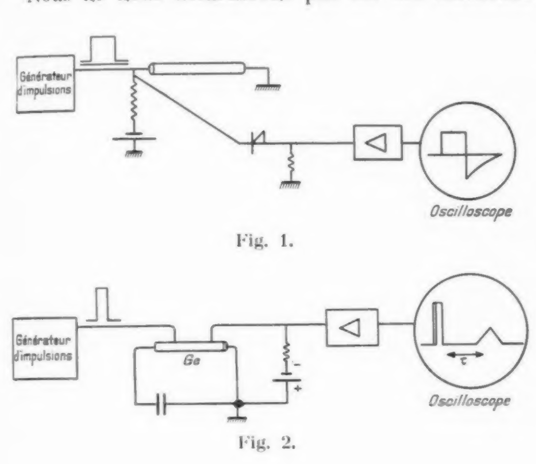


Fig. 1.

Fig. 2.

qui sont forcément assez complexes et, par conséquent, mal adaptées à une utilisation industrielle. Signalons-en deux représentées par les figures 1 et 2.

4.1. Méthode du transistor filamentaire de Haynes.

Le germanium est taillé en forme de filament de faible section (0,5 mm au carré) et d'environ 1 cm de longueur. Deux électrodes non redresseuses sont appliquées une à chaque bout du spécimen et une source de courant permet de créer dans le semi-conducteur un champ électrique longitudinal uniforme. Sur une face du filament se trouvent deux contacts ponctuels dont l'un est polarisé négativement et sert à recueillir les trous injectés par l'autre auquel on implique des impulsions ou des ondes carrées de courant direct.

Contrairement à ce qui se passe dans la plupart des autres méthodes, les trous injectés se déplacent ici non par diffusion mais par conduction dans le champ électrique longitudinal assez intense. Il en résulte que ces trous peuvent parcourir des distances assez considérables. Lorsque la densité des trous en face de la pointe collectrice s'accroît, le courant inverse de cette pointe s'accroît lui aussi. En particulier, si l'on applique une impulsion de courant à la pointe émettrice, on fait apparaître à la pointe collectrice une impulsion de courant retardée du temps nécessaire pour les trous à parcourir la distance AB, et élargie d'ailleurs du fait de la diffusion. On peut varier le retard t entre l'impulsion impliquée et l'impulsion reçue, en variant le champ électrique appliqué. L'aire totale de l'impulsion reçue décroîtra alors avec le temps de retard comme $e^{-\frac{t}{\tau}}$, d'où une mesure de τ.

En pratique, cette méthode n'est pas très commode à utiliser pour la mesure de durée de vie par suite des difficultés suivantes :

a. On doit tailler le germanium en forme de filament long et mince difficile à obtenir et à manipuler. De plus, ce taillage est destructif pour le spécimen considéré et il est impossible de l'utiliser ainsi pour faire des transistors, des diodes, etc.;

b. Les trous se propagent longitudinalement dans un filament de faible section. Ils ont donc une forte proportionnalité recombinée en surface. Or, il est très difficile de déterminer dans cette méthode, le rôle de la recombinaison en surface sauf en taillant le spécimen de plus en plus mince et en le remesurant à chaque fois. Encore faut-il que les traitements en surface soient rigoureusement identiques d'une fois à l'autre.

La méthode de Haynes a, par contre, été extrêmement utile pour déterminer directement la mobilité des porteurs minoritaires par division de leur vitesse par le champ appliqué. Plus récemment, elle a permis de vérifier avec une très grande précision, la relation dite d'Einstein qui relie le coefficient de diffusion thermique à la mobilité des porteurs de charge électrique

$$D = \frac{k\tau}{e^2}.$$

4.2. Méthode de Navon Bray et Fan.

Les chercheurs de l'Université de Purdue ont mis au point une technique de mesure de la durée de vie au voisinage d'une extrémité d'un spécimen de germanium de section arbitraire. Dans cette méthode, le spécimen est muni à chaque extrémité, d'une électrode soudée. Ces électrodes sont, en général, de mauvais émetteurs mais elles injectent cependant une certaine quantité de trous. Dans cette méthode, on applique au spécimen une impulsion de courant de grande amplitude. A la fin de cette impulsion,

la région immédiatement adjacente à l'électrode positive contient une forte densité de trous. Ces trous réduisent légèrement la résistivité du spécimen, donc sa résistance totale. Au fur et à mesure de leur recombinaison, la résistance revient à sa valeur initiale avec une constante de temps égale à τ. Pour mesurer la résistance du spécimen, on lui applique un courant constant de faible intensité et l'on observe sur un oscillographe la croissance de la tension appliquée en fonction du temps. La mesure de τ s'obtient directement d'après la courbe oscillographique. Cette méthode est notablement plus simple que celle de Haynes bien qu'elle exige une électronique relativement complexe et qu'elle ne permette de mesurer la durée de vie qu'au voisinage des extrémités du spécimen en forme de barreaux. De plus, elle est très loin d'être exempte des erreurs dues à la recombinaison superficielle même lorsque les barreaux font 4×7 mm de section. De l'article de Navon Bray on tire en effet que pour des spécimens de ces dimensions, la durée de vie observée n'est que les 3/4 de la durée de vie réelle (300 μ/s au lieu de 400 μ/s) bien que la combinaison de surface n'ait été que de 100 cm/s, ce qui est relativement faible.

4.3. Méthode utilisant l'injection de porteurs minoritaires par illumination.

Deux méthodes sont principalement employées : celle de Valdes la plus ancienne est représentée (*fig.* 3). Elle présente l'avantage de pouvoir être employée sur des spécimens de forme arbitraire et de permettre d'étendre la durée de vie dans une région de très petite dimension.

Dans cette méthode, les trous sont produits à une

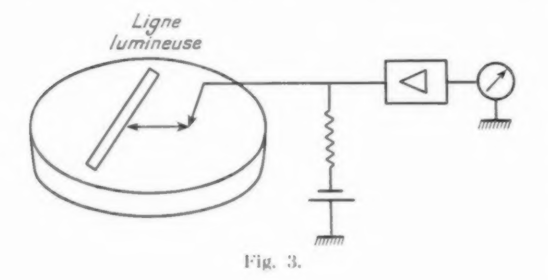


Fig. 3.

vitesse constante le long d'une ligne de faible largeur à la surface du spécimen. Leur déplacement dans le spécimen est dû exclusivement à la diffusion. Au voisinage de cette ligne illuminée, se trouve une électrode collectrice polarisée négativement et dont le courant peut être amplifié et mesuré. Pour simplifier l'amplification, l'illumination est modulée à une fréquence de l'ordre de 200 p par un dispositif mécanique. Le principe de la mesure consiste à observer la décroissance du signal reçu en fonction

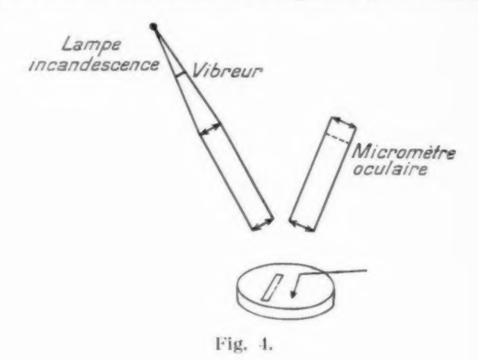


Fig. 4.

de la distance de la pointe au centre de la ligne illuminée. Pour vérifier cette distance, on déplace la région illuminée à la surface du spécimen. La géométrie décrite quoique moins simple que celle qui résulterait d'une diffusion dans une direction seulement, reste calculable. On trouve que la densité des trous à une distance r de la région illuminée est donnée par

$$P = P_0 i H_0\left(i \frac{r}{L}\right),$$

où $H_0(ix)$ est la fonction de Hankel d'ordre 0 qui, pour de fortes valeurs de $\frac{r}{L}$ se comporte comme $e^{-\frac{r}{L}}$. En partant du logarithme du signal observé en fonction de la distance entre le collecteur et le centre de la région illuminée, on obtient donc une courbe qui, pour de fortes valeurs de r, se rapproche d'une droite de pente $\frac{1}{L}$.

Cette méthode possède l'avantage d'être applicable à des spécimens de forme arbitraire à condition qu'ils présentent une surface à peu près plane. La partie électronique est relativement simple quoique l'amplification doit avoir un gain bien constant dans le temps et, d'autre part, être très sensible et de faible bande passante. En effet, on ne peut obtenir la pente de la courbe qu'en observant les trous à une distance relativement grande du centre de la région lumineuse et le signal est alors très faible. Par contre, le système optique est relativement complexe. Il doit, en effet, être susceptible d'éclairer une région de très faible largeur et d'observer la distance entre cette ligne illuminée et la pointe. Une solution relativement peu coûteuse est représentée (*fig.* 4).

L'une des branches d'un microscope bioculaire de grossissement moyen est ici utilisée pour donner une image de dimension réduite d'une lampe à filament rectiligne placée devant l'un des oculaires. Cet oculaire a d'ailleurs été légèrement déplacé pour que l'image soit réelle et située dans le plan focal de l'autre branche du microscope bioculaire; entre la lampe et l'oculaire se trouve un vibreur qui sert à interrompre la lumière à une fréquence convenable. On peut observer la surface du spécimen dans l'autre branche, le bioculaire d'un micromètre oculaire permettant aussi la mesure de la distance r.

Comme toutes les méthodes où les trous diffusent parallèlement aux surfaces libres du spécimen, la méthode de Valdes est limitée du côté des durées de vie élevées par leur combinaison en surface.

Bien que relativement longue à mettre en œuvre, cette méthode reste cependant extrêmement utile, car elle seule permet de mesurer la durée de vie locale. Dans les autres méthodes, on mesure une moyenne de la durée de vie dans une région de dimensions relativement grandes ce qui est très suffisant pour les contrôles industriels mais peut ne pas convenir dans certaines mesures ayant pour but des recherches sur les semi-conducteurs.

4.4. Méthode photo-magnéto-électrique.

a. Nature de l'effet photo-magnéto-électrique. — Soit une plaquette de germanium ou d'un autre semi-conducteur parallèlement à une face de laquelle est appliqué un champ magnétique H. Illuminons l'une des faces de cette plaquette avec de la lumière de longueur d'onde voisine de $1\,\mu$. Cette lumière est absorbée à une distance extrêmement courte (10^{-4} cm) avec production de paires électrons-trous. Il en résulte une très forte densité de paires électrons-trous au voisinage de la surface éclairée. Parmi ces paires, un certain nombre se recombine quasi-instantanément en surface. On voit donc que l'influence de la recombinaison de surface sur le reste du phénomène se réduira à une diminution apparente de l'intensité de lumière.

Puisque la densité des paires électrons-trous est beaucoup plus forte en surface qu'à l'intérieur du semi-conducteur, il existe un gradient de diffusion thermique important et, par conséquent, il se produit un courant d'électrons et un courant de trous perpendiculaires à la surface. Les électrons, plus mobiles, ont tendance à diffuser plus vite mais il est évident qu'à l'équilibre, le courant électrique perpendiculaire à la surface est nul, ce qui implique l'égalité des courants d'électrons et de trous. Le seul effet de la plus grande mobilité des électrons est de créer une différence de potentiel entre la surface du semi-conducteur et l'intérieur. Cette différence de potentiel est connue sous le nom d'effet Dember. L'amplitude de l'effet Dember est juste suffisante pour que le courant d'électrons et le courant de trous s'égalisent, car la tension développée accélère les trous et ralentit les électrons. On peut ainsi définir un coefficient de diffusion (ou de mobilité) ambipolaire qui représente le rapport du courant d'électrons (ou de trous) au gradient de la densité des électrons (ou des trous), ces deux gradients étant de toute manière presque égaux.

Un calcul simple montre que ce coefficient de diffusion thermique ambipolaire est égal à la moyenne harmonique des coefficients de diffusion des électrons et des trous

$$D = \frac{2\,Dn\,Dp}{Dn + Dp}.$$

Jusqu'à présent nous avons négligé l'effet du champ magnétique. Il est facile de voir que cet effet va être principalement de dévier les électrons et les trous comme dans l'effet Hall. Une différence importante toutefois, est que les électrons et les trous se propagent dans la même direction tandis que dans l'effet Hall, ils se propagent dans des directions opposées, ce qui fait qu'ils sont déviés du même côté dans le champ magnétique et que les effets correspondants tendent à se compenser, alors que dans le cas présent ils s'ajoutent. Si les extrémités hautes et basses du spécimen sont en court-circuit, il apparaîtra dans le circuit extérieur un courant dont la valeur est donnée par une formule analogue à celle de l'effet Hall

$$I_z = 10^{-8} H \mu I_y,$$

où I_y est le courant d'électrons ou de trous perpendiculairement à la surface éclairée.

Si ces électrodes ne sont pas en court-circuit, il apparaît entre le haut et le bas du spécimen une différence de potentiel égale, d'après le théorème de Thévenin, au produit du courant de court-circuit par la résistance interne du spécimen. Cette résistance interne dépend d'ailleurs de l'éclairement; le phénomène est connu sous le nom de vitesse conductive. En effet, si l'on applique une différence de potentiel entre les deux extrémités du spécimen, il passera un courant qui sera transporté non seulement par les porteurs normalement présents à l'obscurité, mais aussi par les porteurs supplémentaires produits par l'illumination.

La méthode de mesure de la durée de vie que nous allons maintenant décrire est basée sur une

mise en équation un peu plus précise de l'expérience que nous venons de décrire.

b. Théorie quantitative de l'effet P.M.E. — Avec les hypothèses qui ont été faites, la densité de charge des trous ou des électrons supplémentaires à une distance x de la surface vaut

$$P = P_0\, e^{-\frac{x}{L}},$$

où P_0 dépend de l'éclairement.

On en déduit la valeur du courant

$$i_y = \frac{Dp_0}{L}\, e^{-\frac{x}{L}}$$

à une distance x de la surface. Le courant de court-circuit est donc donné par

$$I_y = \int_0^{\infty} i_y\, dx = DP_0.$$

Or, la densité totale des porteurs supplémentaires produits par l'illumination est donnée par

$$\int_0^{\infty} P_0\, e^{-\frac{x}{L}}\, dx = LP_0.$$

On remarque que le rapport entre des deux quantités ne contient pas l'intensité de la lumière, ni, par suite, de ce que nous avons déjà dit de la valeur du coefficient de recombinaison en surface. Si donc nous pouvons mesurer simultanément le courant de court-circuit et la densité totale des porteurs supplémentaires produits par la lumière, nous avons donc une méthode de mesure de Lp dans laquelle la recombinaison en surface n'intervient pas. Il est possible de procéder d'une manière encore plus avantageuse si la lumière est faible, la résistance du spécimen diffère alors de sa résistance à l'obscurité et la tension en circuit ouvert aux bornes du spécimen peut être calculée en remplaçant la résistance réelle par la résistance d'obscurité

$$V_{PME} = I_z R_0 = 10^{-8} \mu H\, Dp_0 R_0.$$

Par ailleurs, l'augmentation relative du nombre des porteurs dans l'ensemble du spécimen est égale à l'augmentation relative de la conductivité, donc égale et opposée à la diminution relative de la résistance

$$\frac{\Delta R}{R_0} = -\frac{Lp_0}{Nl}$$

N, densité des porteurs minoritaires à l'obscurité; l, épaisseur du germanium.

Faisons le rapport de l'amplitude du signal en circuit ouvert à la variation relative de la résistance, nous trouvons

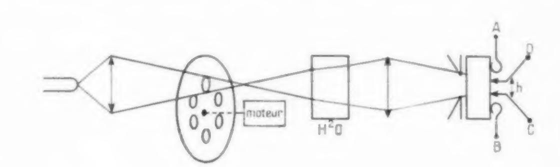
$$\frac{V}{\frac{\Delta R}{R_0}} = \frac{10^{-8} HD}{L};$$

$$R_0 = \frac{h}{\mu N l};$$

h, hauteur éclairée.

La mesure de ce rapport nous donne donc directement L puisque tout le reste est connu pour le germanium ($D = 60$ cm/s).

c. Dispositif expérimental. — Le dispositif expérimental est celui de la figure 5. Afin de pouvoir



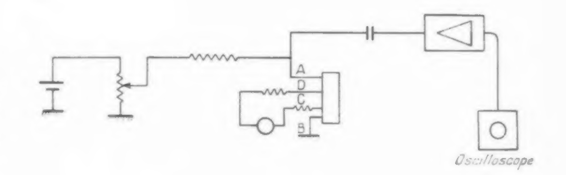


Fig. 5.

amplifier commodément l'effet, la lumière est modulée par un disque tournant. Nous avons vu qu'il est essentiel que la lumière soit très rapidement absorbée. On peut s'assurer que cette condition est remplie quelle que soit la source utlisée (une lampe à incandescence convient très bien) en faisant traverser par le faisceau une cuve à eau qui absorbe fortement l'infrarouge de longueur d'onde supérieure à 1,2 μ. L'intensité de la source utilisée n'a d'ailleurs nullement besoin d'être considérable. Le spécimen, sous la forme d'une plaquette, est placé derrière un cache qui permet de définir la hauteur illuminée h; il est muni de quatre électrodes (qui peuvent être à pression) dont deux servent à amener le courant qui servira à mesurer la résistance R_0 et deux sont des prises de potentiel séparées des électrodes d'amenée du courant, afin d'éviter l'effet de résistance des contacts. On peut avec ce dispositif, procéder exactement comme il a été suggéré, c'est-

à-dire mesurer l'amplitude de l'effet et celle de la vitesse de résistance. Mais afin de ne pas avoir à calibrer l'amplificateur, on préfère procéder comme suit :

Admettons que le spécimen ne soit parcouru par aucun courant continu; alors, par suite de l'effet photo-magnéto-électrique, il apparaît entre ces deux extrémités, une tension à la fréquence de modulation de la lumière. Appliquons maintenant un certain courant i_0 à partir d'un générateur à très forte résistance interne (composé d'une pile à assez haute tension et d'une très forte résistance) en plus de l'effet photo-magnéto-électrique (même d'ailleurs en l'absence de champ magnétique), il apparaît une tension de photo-résistance d'amplitude $i_0 \Delta R$.

En choisissant le signe et l'amplitude de i_0, on peut s'arranger pour que la tension de photo-résistance compense exactement la tension photo-magnéto-électrique. Il n'apparaît plus alors entre les extrémités du spécimen aucune différence de potentiel à la fréquence de la modulation. Alors :

$$i_0 \Delta R = V_{PME}, \qquad \text{d'où} \qquad i_0 = \frac{V_{PME}}{\Delta R}$$

en agissant sur le courant i_0 et il n'est pas nécessaire pour cela de connaître le gain de l'amplificateur qui sert uniquement en appareil de zéro. Mesurons la différence de potentiel A continu entre les deux points A et B. On trouve :

$$A = i_0 R_0 = \frac{V_{PME}}{\frac{\Delta R}{R_0}} = 10^{-8}\,\frac{HDh}{L}.$$

Cette différence de potentiel peut être mesurée par n'importe quel millivoltmètre à haute impédance qu'on peut ainsi graduer directement en durée de vie ou en longueur de diffusion.

d. Précautions a observer. Avantages de l'utilisation de la méthode. — On remarquera que la méthode que nous venons de décrire est extrêmement simple et rapide, une fois construit l'amplificateur, le système d'illumination, et l'électro-aimant; mais pour que les résultats aient un sens il est nécessaire de prendre un certain nombre de précautions.

1° *Intensité de la lumière.* — Si l'intensité de la lumière est trop élevée, la relation entre l'intensité de la lumière et l'effet photo-magnéto-électrique d'une part, et l'effet de photo-résistance, d'autre part, n'est pas linéaire. Il en résulte que la tension A dépendra de l'intensité de la lumière utilisée. Ceci permet de s'assurer que l'intensité de la lumière n'est pas trop forte. Il suffit de la faire varier et de vérifier que le zéro ne dépend pas de l'intensité de lumière.

2° *Influence de l'épaisseur du spécimen.* — Tout le calcul a été fait dans l'hypothèse d'un spécimen suffisamment épais pour qu'aucun porteur minoritaire ne puisse le traverser d'une face à l'autre. Cela suppose

$$\frac{l}{L} > 1.$$

En pratique, si cette condition n'est pas remplie, les résultats dépendront de la vitesse de recombinaison sur la face arrière du spécimen. On a intérêt à sabler celle-ci, ce qui produit une vitesse de recombinaison très élevée afin d'améliorer les contacts à pression. Dans ces conditions, les résultats seront précis à environ 10 % près, si l'épaisseur est supérieure à 2,5 fois la longueur de diffusion. Cela peut être une limitation de la méthode dans le domaine des très grandes durées de vie.

Si $\frac{l}{L} < 2,5$, il est nécessaire d'appliquer une correction qu'on peut calculer au moyen d'abaques (à paraître dans les *Annales de Radioélectricité*).

Par contre, l'état de la surface avant intervient peu pour autant que la recombinaison soit suffisamment faible pour qu'on puisse déceler l'effet.

Remarquons d'ailleurs que l'effet dépendant de l'état de la surface arrière pour des plaquettes minces permet d'envisager d'utiliser une expérience analogue pour la mesure des vitesses de recombinaison superficielle sur la face arrière.

Si les deux précautions relatives à l'épaisseur et à l'intensité de la lumière incidente sont observées, la méthode photo-magnéto-électrique permet une mesure très rapide de la durée de vie des plaquettes de germanium ayant précisément la forme qu'on est de toute façon amené à leur donner au cours d'une fabrication industrielle pour passer du lingot aux petits dés ou aux micro-plaquettes qui sont utilisées dans les appareils à semi-conducteurs. Seules, parmi toutes les mesures de durée de vie, elles fournissent la durée de vie de volume indépendamment de la vitesse de recombinaison superficielle. Cela est principalement dû à ce que les porteurs se déplacent perpendiculairement à la surface libre du spécimen et non parallèlement comme dans les autres méthodes. Enfin, si la méthode ne permet pas d'attendre de précisions considérables, dans les domaines de très grande durée de vie (supérieure à 1 m/s sur le germanium), elle permet de mesurer

des durées de vie extrêmement courtes (jusqu'à 1/100e de microsecondes) comme l'ont montré Moss et Pinckerle sur le sulfure de plomb.

CONCLUSION.

La méthode photo-magnéto-électrique semble donc être la méthode de choix pour le contrôle industriel de la durée de vie des spécimens de germanium et des semi-conducteurs analogues. Si les spécimens ne sont pas homogènes, il peut être nécessaire de leur associer la méthode de Valdès afin d'éviter la variation de la durée de vie avec le point considéré. Au cours d'une fabrication, toutefois, on cherche généralement à avoir des durées de vie aussi homogènes que possible et alors la méthode photo-magnéto-électrique donnera tous les résultats que l'on peut désirer.

LA PROPAGATION DES ONDES MÉTRIQUES ET CENTIMÉTRIQUES (LONGUEURS D'ONDE COMPRISES ENTRE 6 m ET 3 cm) DÉTERMINATION DE L'ÉQUIVALENT DE TRANSMISSION

PAR J. ORTUSI.

Ingénieur à la Compagnie générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans cet article, l'auteur s'efforce de présenter, sous la forme la plus simple possible, les formules et les nomogrammes permettant le calcul des champs ou de l'équivalent de transmission dans le cas des liaisons en ondes métriques et centimétriques.*

Les deux premiers chapitres sont consacrés à l'exposé classique de la propagation dans le cas de la visibilité directe. Les trois derniers chapitres exposent les lois de la propagation derrière une montagne ou derrière l'horizon. Ces lois, explicitées dans les annexes I et II, sont basées sur les formules de Kottler, forme vectorielle des formules de diffraction par des sources d'excitation de surface.

Dans le cas de la propagation derrière l'horizon, on obtient le développement limité du champ d'excitation en tenant compte des conditions aux limites relatives au champ diffracté. On obtient ainsi une formule originale remarquablement simple qui permet de retrouver, à 2 ou 3 db près, la valeur médiane expérimentale des champs déduite des courbes de Stockholm.

On étudie enfin la variation du champ en fonction de l'altitude de chaque aérien, et l'on obtient une formule également très simple qui correspond parfaitement avec les courbes expérimentales présentées par la F. F. C. des États-Unis à la réunion du C. C. I. R. à Londres au mois de septembre 1953.

La troisième annexe est consacrée à l'exposé d'une méthode de mesure expérimentale des champs de turbulence consistant dans l'étude de la déformation d'une courbe d'écartométrie obtenue au moyen d'un dispositif de commutation. (C. D. U. : 621.396.11.)

SUMMARY. — *In this paper the author endeavours to outline under a form as simple as possible the formulae and nomograms used in calculation of the fields or of the equivalent of transmission in the case of metric or centimetric wave radio links.*

The first two chapters are devoted to the conventional of propagation in cases of direct visibility. The last three chapters outline the laws of propagation beyond a mountain or beyond the horizon. These laws, expounded in appendices 1 and 2 are based on KOTTLER's *formulae, vector form of diffraction formulae by surface excitation sources.*

In the case of propagation beyond the horizon, the limited development of the field of excitation is obtained, taking into account the boundary conditions relative to the diffracted field. Thus, an original and remarkably simple formula is arrived at which permits reconstitution, to within approximately 2 or 3 dB, *the median experimental value of the fields calculated from the Stockholm curves.*

Next, the variation of the field is studied as a function of the height of each aerial; thus is obtained formula also very simple, which corresponds perfectly with the experimental curves presented by the F. F. C. (U. S. A.) at the London C. C. I. R. meeting in September 1953. Finally, appendix 3 is devoted to the presentation of an experimental method of measuring fields of turbulence which consists of the plotting of a curve of angle meter by means of a switching device and the study of deformation of that curve. (U. D. C. : 621.396.11).

INTRODUCTION.

Le but de cette étude est de présenter, sous une forme immédiatement utilisable, les caractéristiques actuellement connues de la propagation des ondes dont la longueur d'onde est comprise entre 6 m et quelques centimètres.

Nous nous efforcerons de fournir les formules sous l'apparence la plus simplifiée et nous donnerons les nomogrammes permettant, selon l'étymologie du mot, d'utiliser de façon graphique les lois de la propagation et de déterminer, par le tracé de quelques lignes droites, la valeur utile de la puissance dans le récepteur.

On sait que cette dernière est calculée grâce à deux concepts utilisés suivant les cas :

1° Lorsque les antennes d'émission et de réception possèdent, dans le plan horizontal, un gain très faible, il est préférable d'employer la notion de *champ à la réception*.

C'est ce dernier que l'on doit fournir en un point donné; la puissance utile dans le récepteur est déterminée alors par la connaissance du gain de l'antenne de réception.

C'est cette méthode qui est utilisée en radiodiffusion et en télévision.

2° Lorsque les antennes d'émission et de réception possèdent des gains assez importants, il est préférable d'employer la notion d'*équivalent de transmission*.

Ce dernier est défini de la manière suivante.

Considérons (*fig.* 1) deux guides d'onde ou deux feeders, séparés par des obstacles de nature quelconque, terminés respectivement par les impédances Z_e et Z_r supposées adaptées.



Fig. 1.

Soit W_e la puissance circulant dans le feeder de gauche, dans le sens de la flèche 1, mesurée dans un plan A perpendiculaire à l'axe de ce feeder.

Soit W_r la puissance circulant dans le feeder de droite, toujours dans le sens de la flèche 1, mesurée dans un plan B perpendiculaire à l'axe de ce feeder.

L'équivalent de transmission entre les plans A et B est donné par la relation :

$$T = 10 \log_{10} \frac{W_r}{W_e}.$$

Lorsque les pertes dans les feeders sont négligeables, T est indépendant de la position des points A et B le long de leurs feeders respectifs, et représente l'équivalent de la transmision ; W_e est alors la puissance utile de l'émetteur et W_r la puissance utile dans le récepteur.

C'est cette méthode qui est utilisée dans les liaisons multiplex. Il y aurait intérêt, par ailleurs, à l'étendre dans tous les cas de propagation au delà de l'horizon où nous verrons que la puissance reçue n'est plus toujours proportionnelle au gain en espace libre de chaque aérien.

Deux remarques importantes doivent être rappelées afin de simplifier les formules :

1. **Théorème de réciprocité.**

Considérons encore les deux guides ou les deux feeders de la figure 1 et supposons que l'on permute le rôle de l'émetteur et du récepteur, c'est-à-dire qu'une puissance circule, dans le sens de la flèche 2, dans chacun des guides de la figure 1.

Le théorème de réciprocité [1] démontre les deux points suivants :

a.1. *Le temps de transit* entre A et B dans le sens 1 est égal au temps de transit entre B et A dans le sens 2.

a.2. *L'équivalent de transmission* entre A et B dans le sens 1 est égal à l'équivalent de transmission entre B et A dans le sens 2.

Ce théorème reste vrai quelle que soit la nature des obstacles existant entre les feeders, actifs ou passifs. Il suppose, toutefois, l'hypothèse de la linéarité des équations de Maxwell, c'est-à-dire que les constantes ε et μ des milieux traversés par les ondes, entre les deux feeders, soient indépendantes de l'amplitude des champs électriques et magnétiques.

Ces conditions ne sont pas toujours observées dans les milieux de l'ionosphère responsables des propagations lointaines des ondes moyennes et courtes.

Par contre, elles sont toujours réalisées dans les milieux de la troposphère dans lesquels se propagent les ondes ultra-courtes. Dans ces milieux, l'indice

---

[1] Ce théorème se trouve exprimé sous sa forme générale dans : MM. Gutton et Ortusi, *C. R. Acad. Sc.*, t. 217, 1943, p. 677. *Voir* également l'article de M. Clavier, *P. I. R. E.*, janvier 1950, p. 74.

n'est fonction que des données météorologiques et non de l'intensité du champ électrique de l'onde.

Il en résulte, dans ces conditions, que le temps de transit et l'équivalent de transmission sont indépendants du sens de la propagation.

Le théorème de réciprocité permet donc de connaître la puissance reçue lorsque l'on permute l'emplacement de l'émetteur et du récepteur.

Il est très souvent utilisé dans les problèmes de propagation.

2. Gain d'un aérien.

On sait que les performances d'un aérien sont définies par la connaissance du gain de celui-ci dans les différentes directions.

Par définition, le gain d'un aérien dans une direction donnée représente, en unités de transmission, le rapport de la puissance rayonnée par cet aérien dans un angle solide infiniment petit entourant cette direction, à la puissance maxima rayonnée par un aérien de référence dans le même angle solide; les deux aériens étant supposés excités par une source adaptée fournissant la même puissance.

2.1. *Choix de l'antenne de référence.* — On peut choisir l'antenne de référence de trois façons différentes :

— Pour calculer le gain d'une antenne, on considère, en général, la source de rayonnement isotrope rayonnant la même puissance, malgré l'impossibilité physique d'obtenir une telle source. Le gain maximum, par rapport à cet aérien de référence, est alors G_0.

— On peut utiliser comme aérien de référence un petit doublet rayonnant, dans le plan normal à son axe, une puissance infiniment petite; ce doublet est théoriquement réalisable. Le gain maximum, par rapport à cet aérien de référence, est

$$G_1 = G_0 - 1{,}76\ \text{dB}.$$

— On peut utiliser comme aérien de référence une antenne dipôle demi-onde rayonnant dans le plan normal à son axe; la réalisation de cette forme d'antenne est théoriquement et pratiquement possible. Le gain maximum, par rapport à cet aérien de référence, est

$$G = G_0 - 2{,}15\ \text{dB}.$$

On sait que, depuis la Conférence d'Atlantic-City en 1947, c'est cette notion de gain qui a été recommandée par le C.C.I.R.

Il en résulte que, sans indication nominale de l'aérien de référence, c'est cette valeur G qui représente le gain maximum proprement dit de l'aérien.

2.2. *Détermination du gain des aériens.* — Le gain des aériens dépend de la forme et des dimensions de l'antenne employée :

— Dans le domaine des ondes métriques, l'aérien est souvent formé par une suite de n dipôles convenablement disposés. Lorsque le nombre n n'est pas trop grand, le gain maximum de l'aérien est alors égal à $10 \log_{10} n$.

— Dans le domaine des ondes centimétriques, l'aérien est souvent constitué par une enveloppe métallique (lentille, paraboloïde, cornet) présentant une embouchure de surface S.

Le gain est alors calculé à partir de la *surface effective* de l'aérien Σ définie comme le produit de la surface réelle de l'embouchure S par un coefficient d'efficacité K, variant en général entre 50 et 70 %, et qui dépend des dimensions de l'aérien par rapport à la longueur d'onde et de la forme du diagramme à obtenir

$$\Sigma = KS.$$

Le gain maximum est donné par les relations :

$$G_0 = 10 \log_{10} \frac{4\pi\Sigma}{\lambda^2},$$

$$G = G_0 - 2{,}15.$$

avec

$$\lambda = \frac{300}{f},$$

expression dans laquelle λ est exprimé en mètres et f en mégacycles.

— Le gain maximum calculé précédemment, est le gain maximum en espace libre d'un aérien excité par une onde plane, homogène, indéfinie.

Le gain d'un aérien peut différer du gain en espace libre dans deux cas :

1° Le gain dépend de la nature des obstacles proches de l'aérien, en particulier de la terre. Il en résulte qu'il varie un peu avec la hauteur de l'antenne par rapport au sol.

Néanmoins, cette variation est faible dès que cette hauteur est supérieure à la demi-longueur d'onde. Il s'ensuit qu'elle est négligeable en pratique dans le cas des ondes très courtes.

2° Lorsque la propagation s'effectue au delà de l'horizon, le gain maximum réel est parfois plus

faible que le gain maximum en espace libre. Cette diminution du gain sera précisée ultérieurement.

3. Détermination de la puissance reçue.

Dans cet article, on prendra comme unités :

— de puissance, le watt;
— de champ, le volt par mètre;
— de distance, de hauteur et de longueur d'onde, le mètre;
— de fréquence, le mégacycle;
— de transmission, le décibel.

Désignons maintenant par :

W_e, la puissance émise et

$$P_e = 10 \log_{10} W_e;$$

W_r, la puissance reçue et

$$P_r = 10 \log_{10} W_r;$$

T, l'équivalent de transmission

$$T = P_r - P_e.$$

d, la distance entre l'émetteur et le récepteur;
E_0, le champ rayonné à la distance d, dans l'espace libre, par l'aérien de référence, avec la puissance unité;
W_0, la puissance reçue dans un récepteur captant le champ E_0 avec l'aérien de référence et

$$P_0 = 10 \log_{10} W_0;$$

E_r, le champ rayonné à la distance d, dans l'espace considéré, par l'aérien de référence, avec la puissance unité;
F, *le facteur d'affaiblissement* de la transmission, défini par le rapport des champs E_r et E_0 exprimé en unités de transmission.

$$F = 20 \log_{10} \frac{E_r}{E_0}.$$

Le facteur d'affaiblissement permet ainsi de déterminer le champ à la réception.

On supposera, en outre, que les aériens d'émission et de réception soient orientés dans les directions de gain maximum.

D'après les remarques précédentes, on peut écrire :

$$P_r = P_e + P_0 + G_E + G_R + F, \tag{1}$$

G_E et G_R étant les gains maxima des aériens d'émission et de réception.

La formule (1) permet ainsi de déterminer l'équivalent de transmission.

CHAPITRE I.

DÉTERMINATION DE LA PUISSANCE REÇUE EN ESPACE LIBRE.

Ce cas est supposé réalisé toutes les fois où le facteur d'affaiblissement F est nul.

Deux méthodes sont employées alors pour déterminer la puissance reçue selon que l'on utilise le concept du champ reçu ou celui de l'équivalent de transmission.

1. Cas d'une propagation d'ondes de radiodiffusion ou de télévision.

On se donne P_e, d, λ, G_E et G_R. La formule (1) montre qu'il suffit de connaître P_0. On peut utiliser une formule de calcul ou un nomogramme.

1.1. *Calcul du champ reçu.* — La valeur de P_0 est donnée par les relations (2)

$$\begin{cases} E_0 = \dfrac{7}{d}, \\ W_0 = \left(\dfrac{E_0 \lambda}{2\pi}\right)^2 \dfrac{1,64}{120} = \left(0,13\dfrac{\lambda}{d}\right)^2, \\ P_0 = 10 \log_{10} W_0 = 20 \log_{10} \dfrac{0,13\lambda}{d}. \end{cases} \tag{2}$$

Les formules (2) permettent ainsi de connaître, soit le champ reçu, soit la puissance reçue.

1.2. *Utilisation d'un nomogramme.* — On peut utiliser directement le nomogramme I de la figure 2. Ce nomogramme s'emploie ainsi [2] :

On porte les deux points correspondants sur les échelles 1 et 2 et l'on joint ces deux points par une droite qui coupe l'échelle 3 en un point M. Ce point donne le champ reçu lorsque l'antenne d'émission est une antenne demi-onde. Dans le cas d'une autre antenne, il faut ajouter G_R à la valeur du champ en décibels par rapport au volt par mètre représenté à droite sur l'échelle 3.

On joint maintenant le point M au point correspondant de l'échelle 4. L'intersection de cette droite avec l'échelle 5 fournit la puissance reçue lorsque les aériens sont deux dipôles demi-onde. Dans le cas d'autres antennes, il faut ajouter $G_E + G_R$ à la valeur de la puissance reçue exprimée en décibels par rapport au watt.

---

[2] Les unités employées dans les nomogrammes sont, sauf dans le cas du nomogramme VI, les unités définies dans l'Introduction (§ c).

Il va sans dire que lorsque l'un des points d'intersection tel que le point M tombe en dehors de l'échelle correspondante, on modifie les données pour rester dans les limites du nomogramme; les échelles logarithmiques se prêtant très bien à ces changements.

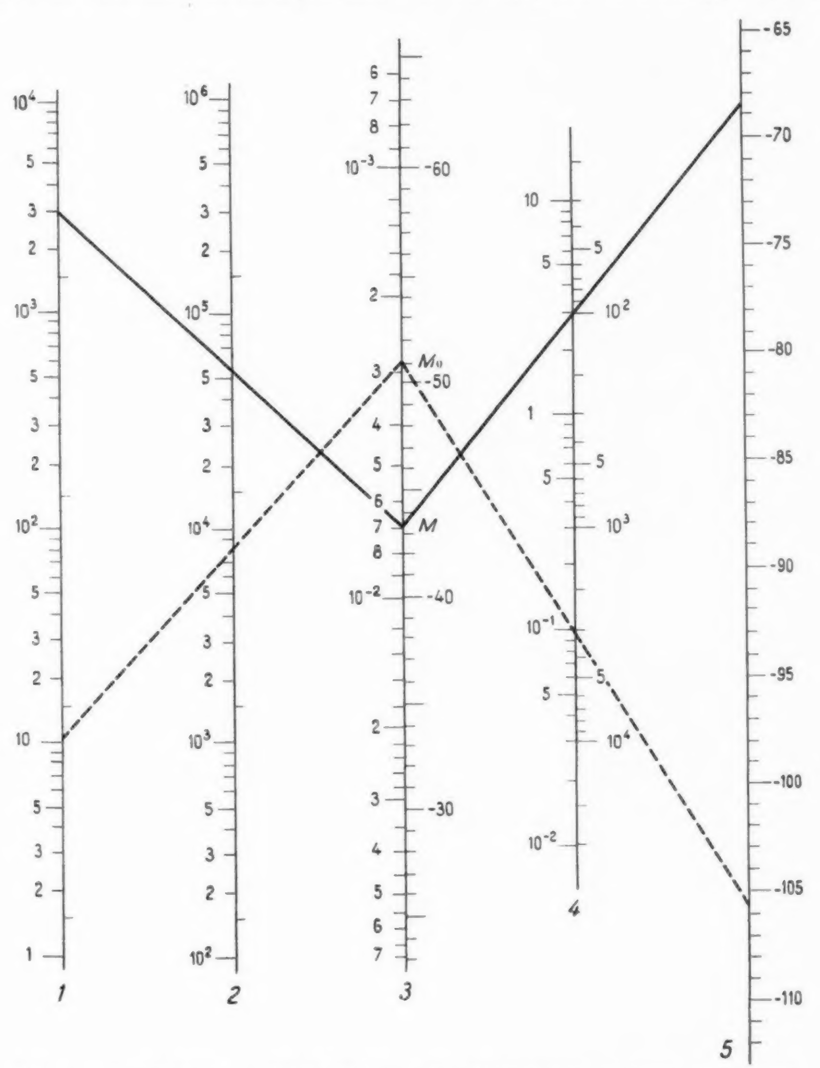


Fig. 2. — Nomogramme I. Détermination de la puissance reçue en espace libre, lorsque les aériens sont deux dipôles demi-onde.

1. Puissance émise; 2. Distance entre l'émetteur et le récepteur; 3. A gauche : champ reçu; A droite : champ reçu en décibels par rapport au volt par mètre; 4. A gauche : longueur d'onde; A droite : fréquence; 5. Puissance reçue en décibels par rapport au watt.

Par exemple, on peut multiplier par 100 la puissance donnée à condition de diviser par 10 le champ obtenu ou diminuer de 20 dB les chiffres obtenus sur la partie droite de l'échelle 3 et sur l'échelle 5.

2. **Cas d'une liaison en ondes centimétriques.**

On suppose que P_e, d, λ sont connus ainsi que les surfaces effectives Σ_e et Σ_r des aériens d'émission et de réception. Il n'est pas alors nécessaire de calculer le gain des aériens pour obtenir la puissance reçue.

On détermine d'abord la moyenne géométrique

des surfaces effectives Σ_e et Σ_r par la relation

$$\Sigma = \sqrt{\Sigma_e \Sigma_r} = \sqrt{K_e S_e . K_r S_r};$$

K_e et K_r, S_e et S_r sont respectivement les coefficients d'efficacité et les surfaces réelles d'embouchure des aériens d'émission et de réception.

2.1. *Calcul de l'équivalent de transmission.* — L'équivalent de transmission est alors donné par la formule :

$$(3) \qquad T = 20 \log_{10} \frac{\Sigma}{\lambda d},$$

d'où l'on peut déduire la puissance reçue par la relation :

$$T = P_r - P_e$$

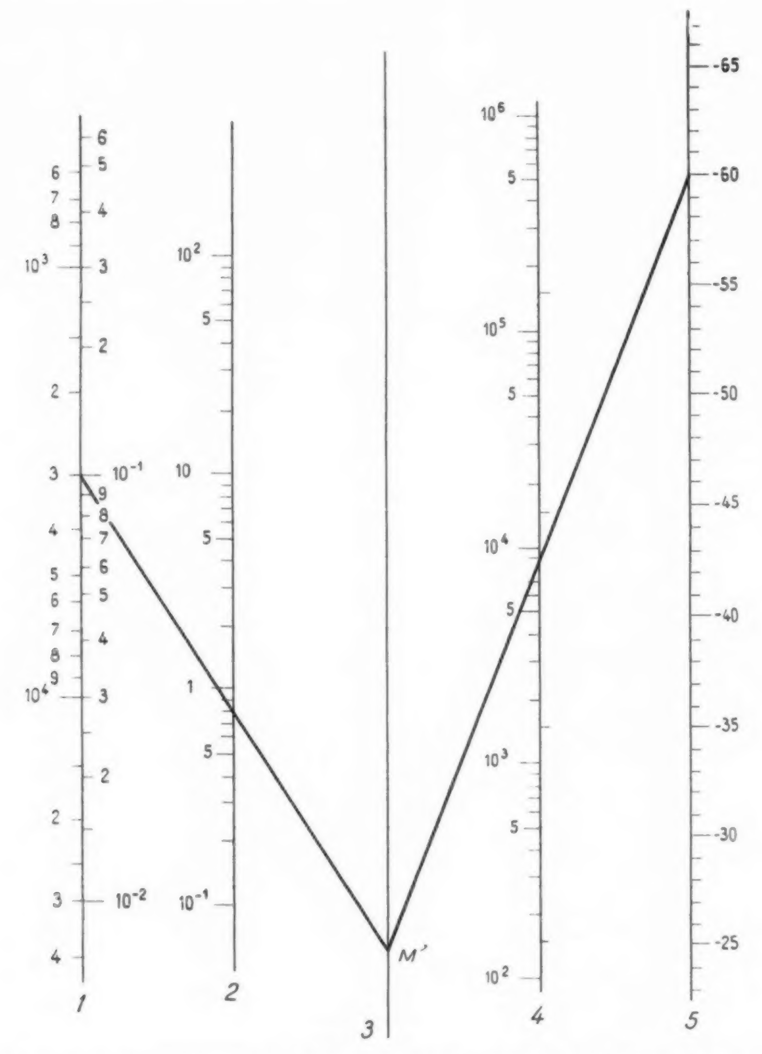


Fig. 3. — Nomogramme II. Détermination de l'équivalent de transmission en espace libre, lorsque les surfaces effectives des aériens sont connues.

1. A gauche : fréquence ; A droite : longueur d'onde ; 2. Moyenne géométrique des surfaces effectives, en mètres carrés. 4. Distance entre l'émetteur et le récepteur ; 5. Équivalent de transmission.

2.2. *Utilisation d'un nomogramme.* — On peut utiliser le nomogramme II de la figure 3.

Ce nomogramme s'emploie ainsi :

On porte les deux points correspondants sur les échelles 1 et 2 et l'on joint ces deux points par une droite qui coupe l'échelle 3 en un point M'. On joint ce point au point correspondant de l'échelle 4. L'intersection de cette dernière droite avec l'échelle 5 fournit l'équivalent de transmission d'où l'on déduit la puissance reçue si l'on se donne P_e.

3. Exemples d'application.

3.1. *Soit une station émettrice* rayonnant une puissance de 3 kW sur 3 m de longueur d'onde avec un dipôle demi-onde. Quels sont les valeurs du champ à une distance de 55 km et de la puissance reçue par un aérien formé de quatre dipôles accordés, lorsque les conditions de terrain sont telles que le facteur d'affaiblissement soit nul ?

— Calcul de P_e.

$$P_e = 10 \log_{10} 3\,000 = 34,8 \text{ dB}.$$

— Calcul de E_0.

$$E_0 = \frac{7}{55.10^3} = 1,28.10^{-4} \text{ V/m}.$$

Le champ reçu E est donné par la relation

$$20 \log_{10} E = 20 \log_{10} E_0 + P_e = -78 + 34,8 = -43,2 \text{ dB},$$

c'est-à-dire :

$$E = 6,9.10^{-3} \text{ V/m}.$$

— Calcul de P_0.

$$P_0 = 20 \log_{10} \frac{0,13 \times 3}{55.10^{3}} = -103 \text{ dB}.$$

— Calcul de G_R.

$$G_R = 10 \log_{10} 4 = 6 \text{ dB}.$$

La formule (1) donne :

$$P_r = 34,8 + 6 - 103 = -62,2 \text{ dB},$$

c'est-à-dire :

$$W_r = 10^{\frac{P_r}{10}} = 0,6.10^{-6} \text{ W}.$$

L'utilisation du nomogramme est indiquée en traits pleins sur le nomogramme I (*fig.* 2). Le point M fournit la valeur du champ

$$E = 6,9.10^{-3} \text{ V/m}.$$

La deuxième droite donne la valeur de la puissance reçue avec des aériens de gain nul.

On a :

$$P_e + P_0 = -68 \text{ dB}.$$

Il suffit d'ajouter $G_R = 6$ dB pour retrouver

$$P_r = -62 \text{ dB} \qquad \text{et} \qquad W_r = 0,6.10^{-6} \text{ W}.$$

3.2. *Soit un émetteur* fournissant une puissance de 10 W sur 10 cm de longueur d'onde. L'antenne d'émission est un aérien de 10 m² de surface. Quelle est la puissance reçue dans un récepteur adapté, ayant un aérien de 0,25 m² de surface, à une distance de 8 km ?

On supposera que les coefficients d'efficacité des aériens sont de 50 % et que ceux-ci sont suffisamment dégagés du sol pour que le facteur d'affaiblissement dû à la réflexion soit nul.

— Détermination de P_e.

$$P_e = 10 \log_{10} W_e = 10 \log_{10} 10 = 10 \text{ dB}.$$

— Détermination de Σ.

$$\Sigma = \sqrt{\kappa_e S_e . \kappa_r S_r}$$
$$= \sqrt{0,5 \times 10 \times 0,5 \times 0,25} = \sqrt{0,625} = 0,79 \text{ m}^2.$$

— Détermination de T.

$$T = 20 \log_{10} \frac{\Sigma}{\lambda d} = 20 \log_{10} \frac{0,79}{0,1 \times 8\,000},$$
$$T = -60 \text{ dB}.$$

— Détermination de P_r.

$$P_r = P_e + T = 10 - 60 = -50 \text{ dB},$$

ce qui donne la puissance reçue

$$W_r = 10^{-5} \text{ W}.$$

L'utilisation du nomogramme est indiquée sur le nomogramme II (*fig.* 3). Le tracé des deux droites passant par le point M' fournit la valeur de $T = -60$ dB, d'où l'on déduit la valeur de W_r.

3.3. *Il arrive quelquefois*, même en ondes centimétriques, que les gains des aériens soient donnés à l'avance pour des raisons de portée maximum ou de directivité; il est, dans ce cas, inutile de déterminer les surfaces effectives correspondantes. On peut alors utiliser de nouveau la formule (2) ou le nomogramme I (*fig.* 2).

Par exemple, supposons que les gains maxima des aériens G_E et G_R soient, dans l'exemple précédent, fixés à l'avance respectivement à 40 et à 10 dB.

Il vaut mieux utiliser alors le nomogramme I (*fig.* 2).

On trace les droites indiquées en pointillé sur le nomogramme I. On obtient ainsi le point M_0 sur l'échelle 3 qui pourrait servir, compte tenu du gain maximum de l'antenne d'émission, à déterminer le champ reçu et, sur l'échelle 5, on obtient la valeur de l'expression $P_e + P_0$ de l'équation (1).

On a :

$$P_e + P_0 = -106\ \text{dB}.$$

On ajoute alors les valeurs données de G_E et de G_R, soit 50 dB, pour obtenir la valeur de P_R

$$P_r = -56\ \text{dB}, \qquad \text{soit} \quad W_r = 2{,}5.10^{-6}\ \text{W}.$$

CHAPITRE II.

DÉTERMINATION DU FACTEUR D'AFFAIBLISSEMENT DÛ A LA RÉFLEXION SUR LE SOL.

Nous admettrons, dans ce chapitre, que l'émetteur et le récepteur soient en visibilité radioélectrique directe et que leur distance soit suffisamment faible pour négliger l'influence de la courbure de la terre.

1. Détermination de l'onde réfléchie.

L'onde réfléchie par le sol, qui doit être ajoutée à l'onde directe, dépend de deux facteurs :

— De la forme du diagramme vertical de chaque aérien;

— De la nature du terrain (constante diélectrique complexe du sol et irrégularités).

1.1. Angle d'incidence. — Une manière simple de déterminer l'influence de ces deux facteurs consiste à considérer *l'angle d'incidence*,

$$(4) \qquad \theta = \frac{h_e + h_r}{d}$$

(h_e et h_r sont les hauteurs des aériens par rapport au sol, c'est-à-dire, plus exactement, par rapport au plan horizontal moyen contenant la zone de réflexion).

— Pour une liaison à courte distance, avec des aériens directifs, θ peut être de l'ordre de grandeur de l'angle d'ouverture du diagramme vertical. Il faut alors ajouter à l'amplitude de l'onde réfléchie les gains relatifs $G_e(\theta) - G_e$ et $G_R(\theta) - G_R$.

En général, ces gains relatifs sont nuls et l'amplitude de l'onde réfléchie ne dépend que de la nature du terrain dans la zone de la réflexion.

— Le coefficient de réflexion dans cette zone dépend de la constante diélectrique complexe du sol, de la polarisation de l'onde, de l'angle θ et des irrégularités de terrain.

On peut déterminer pratiquement l'influence de l'onde réfléchie de la manière suivante :

1.2. Détermination de la zone de réflexion. — On recherche d'abord le point d'impact de la zone de réflexion M (*fig.* 4) obtenu en joignant le

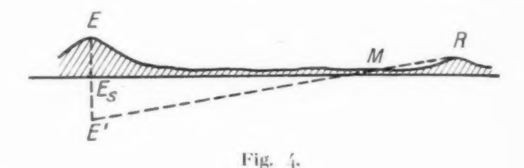


Fig. 4.

point R au point E' symétrique de E par rapport au sol.

La zone de réflexion est définie par la zone des points M' pour lesquels le trajet $EM'R$ est supérieur de moins de $\frac{\lambda}{2}$ au trajet EMR.

On peut déterminer graphiquement la limite de cette zone en traçant l'intersection de l'ellipsoïde correspondant de foyers E et R avec le sol.

Dans deux cas particuliers, une formule simple peut être utilisée.

1.2.1. *Lorsque l'émetteur et le récepteur sont suffisamment élevés*, la zone de réflexion est un cercle de centre M, dont le rayon est donné par la formule :

$$(5) \qquad R = \frac{\sqrt{\lambda d^3 h_e h_r}}{(h_e + h_r)^2}.$$

Cette formule est valable si le rayon R ainsi trouvé est inférieur à la moitié de chacune des distance ME ou MR.

1.2.2. *Lorsque l'un des points* E ou R est élevé, tandis que l'autre ne l'est pas.

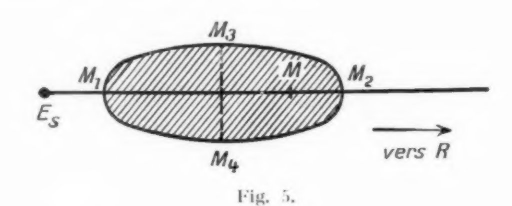


Fig. 5.

La zone de réflexion ne dépend que du point le plus bas, par exemple le point E.

L'ellipse qui limite la zone est représentée sur la

figure 5, où E_s est la projection du point E sur le sol. Elle est définie par les formules :

$$(6)\quad \begin{cases} E_s M_1 = 0,7\,\dfrac{h_e^2}{\lambda}\,; \\ E_s M_2 = 24\,\dfrac{h_e^2}{\lambda}\,; \\ M_3 M_4 = 5,6\,h_e. \end{cases}$$

Il faut vérifier, pour que ces formules puissent être valables, que le point d'impact M donné par la relation

$$E_s M = \frac{h_e}{h_r}\,d$$

soit bien compris entre M_1 et M_2.

Les formules (6) sont très utiles dans les cas de communications avec un aéronef, ou dans le cas de réception d'une émission de télévision provenant d'un point élevé. Par exemple, dans les hypothèses suivantes :

$$h_r = 10 \text{ m}, \qquad h_e = 300 \text{ m};$$
$$d = 40\,000 \text{ m}, \qquad \lambda = 1,5 \text{ m};$$

on a, par application du principe de réciprocité :

$$R_s M_1 = 50 \text{ m}, \qquad R_s M_2 = 1600 \text{ m};$$
$$M_3 M_4 = 56 \text{ m}, \qquad R_s M = 1300 \text{ m}.$$

Le point M est donc bien à l'intérieur de l'ellipse. Si la distance d était de 60 km, le point M serait à l'extérieur de l'ellipse et c'est lui qui aurait dû être choisi de préférence au point M_2 pour limiter la zone de réflexion, les valeurs correspondant aux points M_1, M_3 et M_4 n'étant pas modifiées.

2. Valeur du coefficient de réflexion.

2.1. Cas d'un sol régulier. — Les courbes de la figure 6 tracées à la page suivante donnent le module (amplitude) et l'argument (phase) du coefficient de réflexion μ dans la zone de réflexion lorsque le sol est supposé suffisamment régulier.

On considère les trois cas : de la mer, d'un sol humide et d'un sol sec et les deux hypothèses d'une polarisation horizontale ou verticale.

Le coefficient de réflexion, dans chaque cas, ne dépend que de la valeur de l'angle d'incidence θ donné par la formule (4).

2.2. Critérium de Rayleigh. — L'influence des irrégularités du sol en M est déterminée par le critérium de Rayleigh.

On considère pour cela la hauteur fictive.

$$(7)\qquad h_0 = \frac{\lambda}{16\theta} = \frac{\lambda d}{16(h_e + h_r)},$$

et l'on compare la hauteur h_0 avec la hauteur moyenne h_m des irrégularités de terrain dans la zone de réflexion (arbres, maisons, dénivellations, vagues de la mer).

Si h_0 est plus grand que h_m, le terrain est considéré comme régulier et les courbes de la figure 6 sont applicables.

Si h_0 est plus petit que h_m, le coefficient de réflexion tombe à peu près à une valeur de 0,2.

Le critérium de Rayleigh est souvent appliqué en optique. Par exemple, une feuille de papier ordinaire non réfléchissante fournit une image d'un objet éclairé pour un angle d'incidence de 2 à 3° (*fig.* 7) correspondant, par application de la formule (7), à une hauteur moyenne d'irrégularités de l'ordre de 1 à 2 microns.

En ondes centimétriques, c'est presque toujours le critérium de Rayleigh qui détermine la valeur de l'onde réfléchie.

Par exemple, considérons une liaison définie par les données suivantes :

$$h_e = 20 \text{ m}, \qquad h_r = 20 \text{ m},$$
$$d = 30 \text{ km}, \qquad \lambda = 10 \text{ cm}.$$

La formule (4) donne $\theta = 1,3 \cdot 10^{-3}$ et les courbes de la figure 6 indiquent, pour un sol régulier, un coefficient de réflexion égal à -1 quelle que soit la polarisation.

Par contre, la formule (5) donne :

$$h_0 = \frac{0,1 \times 30\,000}{16 \times 40} = 5 \text{ m}.$$

Il en résulte que si la zone de réflexion est une campagne plate, quel que soit l'état de la culture, le coefficient de réflexion doit être pris égal à -1. Mais si cette zone contient un terrain tant soit peu accidenté, un village ou un bois, h_m est alors supérieur à h_0 et l'on négligera l'onde réfléchie pour le calcul de la valeur moyenne du champ. L'influence de cette onde réfléchie sera, par contre, importante par la variation de phase qu'elle entraîne dans le récepteur.

3. Détermination du facteur d'affaiblissement dû à la réflexion.

3.1. Facteur de réflexion. — Le facteur d'affaiblissement dû à la réflexion entre les points E et R s'exprime par le *facteur de réflexion* F_0 (E, R).

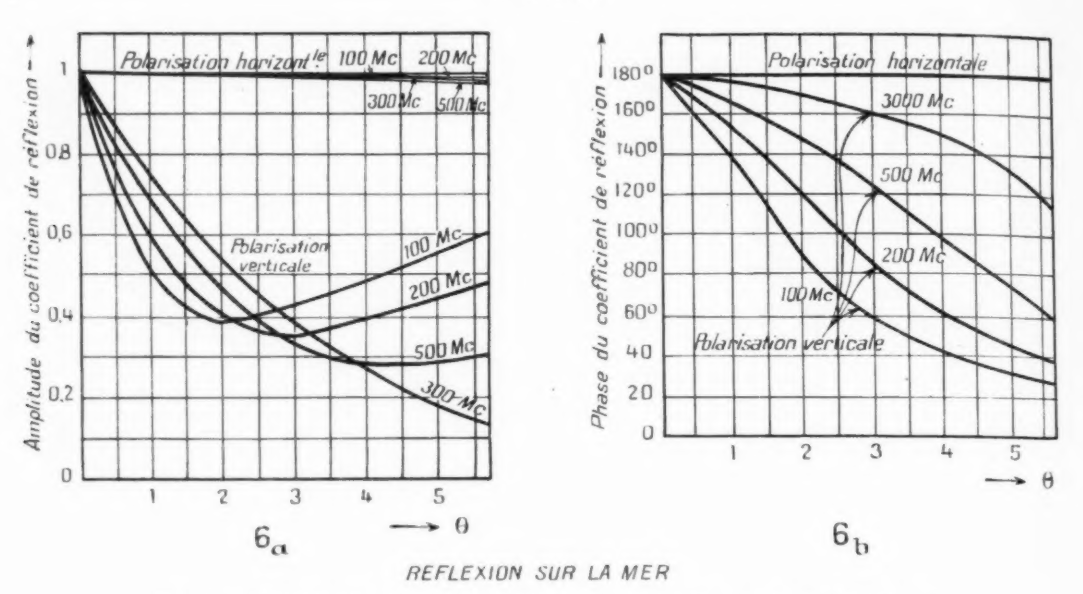


Fig. 6. — Détermination du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence.

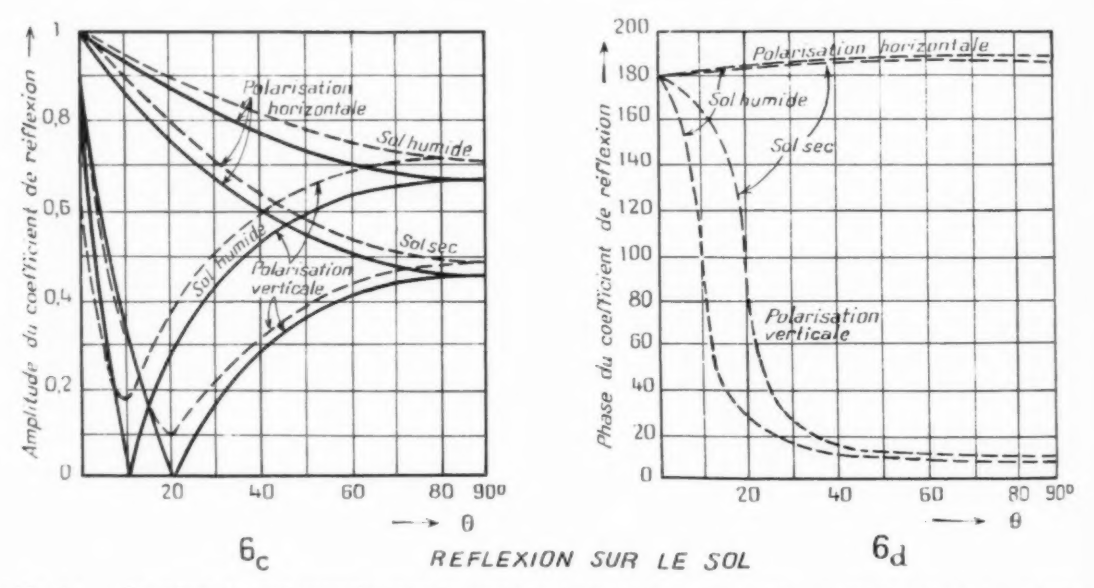


Fig. 6 c. — La valeur de φ est comprise entre la courbe en traits pleins et la courbe en tirets suivant les valeurs croissantes de la conductibilité du sol.

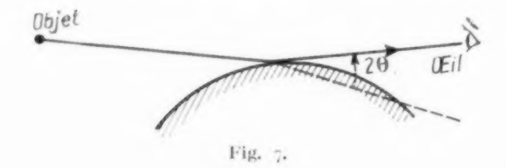


Fig. 7.

Pour déterminer ce dernier, on considère *l'angle de réflexion* φ.

L'angle de réflexion est donné par la formule :

$$\varphi = \frac{2\pi h_e h_r}{\lambda d} \qquad (8)$$

Le facteur de réflexion est alors déterminé par la relation :

$$F_0(E, R) = 20 \log_{10} | 1 + \rho e^{-2i\varphi} | . \qquad (9)$$

ρ est le coefficient de réflexion, dans la zone de réflexion, déterminé par le critérium de Rayleigh ou les courbes de la figure 6.

Dans le cas où le coefficient de réflexion est nul (par exemple quand le critérium de Rayleigh ne s'applique pas), le facteur de réflexion est nul également.

Dans le cas, assez général, où ce coefficient de réflexion est très voisin de — 1, le facteur de réflexion est donné par la formule

$$F_0(E, R) = 20 \log_{10} 2 \sin \varphi = 20 \log_{10} 2 \sin \frac{2\pi h_e h_r}{\lambda d} . \qquad (10)$$

Dans les relations (8) et (10), h_e et h_r sont, en général, les hauteurs réelles des aériens. Il faut vérifier que chacune de ces hauteurs soit supérieure à une hauteur minimum effective h_i. Dans le cas contraire, c'est h_i qui doit être pris à la place de h_e ou h_r. La valeur de h_i en fonction de la fréquence, de la polarisation de l'onde et de la nature du sol est fournie par les courbes de la figure 8.

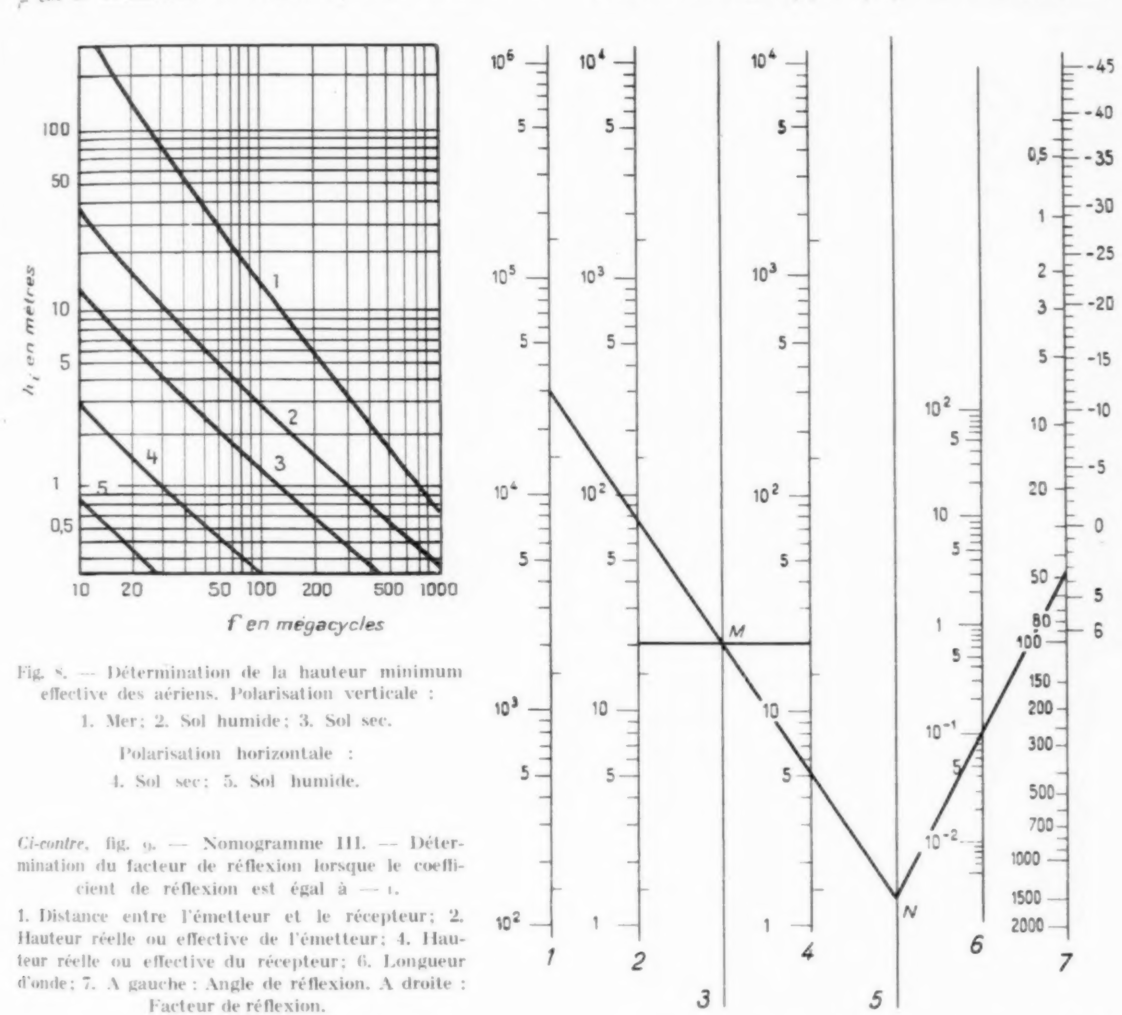


Fig. 8. — Détermination de la hauteur minimum effective des aériens. Polarisation verticale : 1. Mer; 2. Sol humide; 3. Sol sec. Polarisation horizontale : 4. Sol sec; 5. Sol humide.

Ci-contre, fig. 9. — Nomogramme III. — Détermination du facteur de réflexion lorsque le coefficient de réflexion est égal à — 1.

1. Distance entre l'émetteur et le récepteur; 2. Hauteur réelle ou effective de l'émetteur; 4. Hauteur réelle ou effective du récepteur; 6. Longueur d'onde; 7. A gauche : Angle de réflexion. A droite : Facteur de réflexion.

Remarque. — Lorsque l'angle φ est supérieur à 90°, il faut, pour obtenir le facteur de réflexion, prendre l'angle φ' compris entre 0 et 90° ayant même sinus que l'angle φ.

3.2. Utilisation de nomogramme. — Le facteur de réflexion de la formule (10) est déterminé par le nomogramme III (*fig.* 9) tracé à la page précédente. Les échelles 2 et 4 représentent la hauteur réelle ou effective de chaque aérien.

Pour se servir de ce nomogramme, on détermine d'abord l'intersection M de l'échelle 3 avec la droite joignant les points correspondants des échelles 2 et 4. On joint le point M au point correspondant de l'échelle 1 et l'on détermine la trace N de cette dernière droite avec l'échelle 5. On joint alors N au point correspondant de l'échelle 6 et l'on obtient le facteur de réflexion sur la partie droite de l'échelle 7.

Par exemple, avec deux aériens situés à 20 m de hauteur, et une longueur d'onde de 10 cm, le nomogramme III (*fig.* 9) fournit un facteur de réflexion de + 3 dB à une distance de 30 km.

Remarque. — Lorsque l'angle de réflexion est inférieur à 60°, on peut confondre le sinus avec l'angle. On peut alors obtenir directement, sans passer par l'intermédiaire du facteur de réflexion, une formule donnant l'équivalent de transmission, pour deux aériens constitués par deux dipôles demi-onde,

$$T = 4.3 + 20 \log_{10} \frac{h_e h_r}{d^2}, \tag{11}$$

d'où l'on peut obtenir la puissance reçue par la relation :

$$T = P_r - P_e.$$

On peut aussi utiliser, dans ce cas, le nomogramme IV (*fig.* 10).

Ce nomogramme s'emploie ainsi :

On détermine le point M par l'intersection de l'échelle 2 avec la droite joignant les points correspondants des échelles 1 et 3. On joint ensuite le point M au point correspondant de l'échelle 4, pour obtenir sur l'échelle 5 l'équivalent de transmission.

Par exemple, pour un aérien d'émission à 300 m de hauteur et un aérien de réception à 10 m de hauteur, le nomogramme IV (*fig.* 10) fournit un équivalent de transmission pour deux antennes demi-ondes de — 118 dB à 60 km. Il faut vérifier, si l'on n'est pas sûr à l'avance, que cet équivalent est bien inférieur à l'équivalent en espace libre. Pour cela, on utilise le nomogramme I (*fig.* 2) avec lequel on trouve, par exemple pour une fréquence de 200 Mc, un équivalent en espace libre de — 110 dB. Pour cette fréquence, la valeur trouvée de — 118 dB est donc correcte, le facteur de réflexion étant égal à — 8 dB.

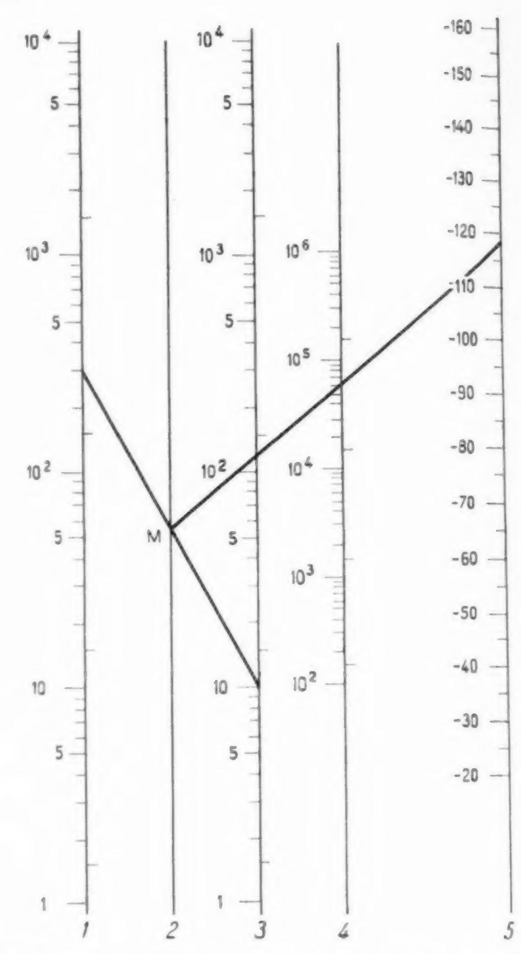


Fig. 10. — Nomogramme IV. Détermination de l'équivalent de transmission, sur un sol conducteur, dans le cas où l'angle φ est petit, lorsque les aériens sont des antennes demi-onde.

1. Hauteur réelle ou effective de l'émetteur; 3. Hauteur réelle ou effective du récepteur; 4. Distance entre l'émetteur et le récepteur; 5. Équivalent de transmission.

Remarque. — Si l'on n'est pas certain que l'angle φ est inférieur à 60°, on peut vérifier que les indications de l'échelle 5 sont bien inférieures à l'équivalent de transmission en espace libre, donné par le nomogramme I en prenant W = 1 W.

CHAPITRE III.

INFUENCE DES MONTAGNES SUR LA PROPAGATION.

Nous admettrons que le sommet de la montagne ou de la colline soit en visibilité radioélectrique directe avec l'émetteur et le récepteur.

Nous admettrons aussi que les distances entre l'émetteur et la montagne, ainsi qu'entre le récepteur et la montagne soient au moins dix fois supérieures à la hauteur de la montagne.

1. Hauteur effective de la montagne.

Pour déterminer celle-ci, on effectue un profil du terrain le long d'un plan vertical joignant l'émetteur au récepteur. La figure 11 montre la forme d'un profil de terrain contenant une montagne.

On effectue ensuite un profil du terrain le long

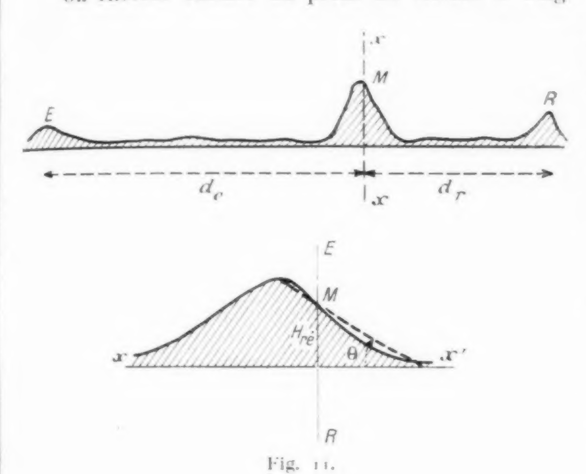


Fig. 11.

d'un plan vertical perpendiculaire à ER et renfermant la droite $x'x$ (*fig.* 11).

Soit $H_{ré}$ la hauteur réelle de la montagne dans le plan ER.

La hauteur effective de la montagne sera donnée par la relation

$$H = H_{ré} \cos\theta; \tag{12}$$

θ est la pente moyenne de la montagne dans le plan $x'x$, obtenue en joignant le sommet de la montagne à son extrémité côté plaine (*fig.* 11).

2. Calcul du facteur d'affaiblissement dû à la présence de la montagne.

Trois cas sont à considérer :

2.1. La hauteur effective de la montagne est supérieure a trois fois la somme des hauteurs des aériens d'émission et de réception. — Le facteur d'affaiblissement est alors donné par la relation

$$F = D + F_0(E, M) + F_0(R, M). \tag{13}$$

Dans cette formule, D est *l'affaiblissement de diffraction*, $F_0(E, M)$ et $F_0(R, M)$ les facteurs de réflexion de deux propagations fictives effectuées respectivement entre le sommet de la montagne et l'émetteur et entre le sommet de la montagne et le récepteur.

2.1.1. *Détermination des facteurs de réflexion* $F_0(E, M)$ *et* $F_0(R, M)$. — On déterminera ces deux facteurs de réflexion exactement comme il est indiqué au chapitre précédent.

Les points d'impact de la zone de réflexion seront obtenus en joignant le sommet M de la montagne, dans la courbe du profil, aux images E' et R' par rapport au sol.

On déterminera les deux zones de réflexion et, dans chaque zone, la valeur des coefficients de réflexion ρ_{EM} et ρ_{RM} en fonction de l'angle d'incidence, les angles de réflexion φ_{EM} et φ_{RM} et la validité du critérium de Rayleigh.

Toutefois, dans les formules (4), (7), (8) et (10) la hauteur de la montagne sera prise égale à sa hauteur effective H. Il en sera de même si l'on se sert du nomogramme V (*fig.* 12).

La hauteur de la montagne étant très souvent élevée, on sera, en général, dans le cas où la détermination des zones de réflexion s'effectue selon l'exemple de la figure 5 et selon les formules (6).

2.1.2. *Détermination de l'affaiblissement de diffraction.* — L'affaiblissement de diffraction D est donné par la formule

$$D = 20 \log_{10} \frac{1}{2\pi H} \sqrt{\frac{\lambda\, d_e\, d_r}{d}}. \tag{14}$$

Dans cette formule, d_e et d_r sont les distances de la montagne à l'émetteur et au récepteur (on a $d = d_e + d_r$) et H la hauteur effective de la montagne (*fig.* 11).

Cette formule n'est valable que si la valeur de D ainsi obtenue est inférieure à — 15 dB.

Remarque. — Lorsque les coefficients de réflexion sont égaux à — 1, ce qui est un cas fréquent, et lorsque les angles de réflexion φ_{EM} et φ_{RM} sont petits, la formule (14) est identique à la formule

$$D = \frac{1}{2}\,[F_0(E, R) - F_0(E, M) - F_0(R, M)] - 5 \tag{15}$$

et la formule (13) devient alors

$$F = \frac{1}{2}\,[F_0(E, R) + F_0(E, M) + F_0(R, M)] - 5; \tag{13 bis}$$

$F_0(E, R)$ représente le facteur de réflexion entre l'émetteur et le récepteur en l'absence de la montagne.

Nomogramme. — L'affaiblissement de diffraction est fourni par le nomogramme V (*fig.* 12) qui est avec l'échelle 3 fournit le point M. La droite joignant ce point M au point correspondant de l'échelle 1 coupe en N l'échelle 5. On joint le point N au point correspondant de l'échelle 6 par une droite qui coupe en P l'échelle 7. On joint le point P au point correspondant de l'échelle 8 par une droite dont

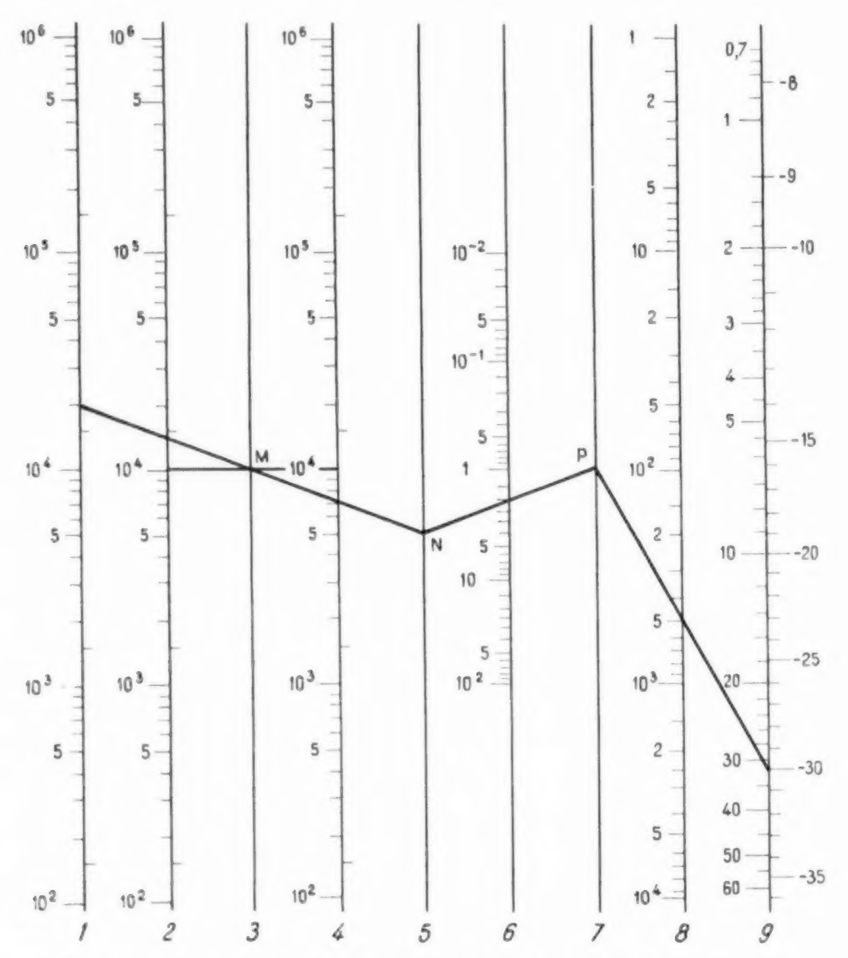


Fig. 12. — Nomogramme V. Détermination de l'affaiblissement de diffraction causé par la présence d'une montagne élevée.

1. Distance entre l'émetteur et le récepteur; 2. Distance entre l'émetteur et la montagne; 4. Distance entre le récepteur et la montagne; 6. Longueur d'onde; 8. Hauteur effective de la montagne H; 9. A gauche : Valeur du paramètre de diffraction u; A droite : Affaiblissement de diffraction D.

utilisable pour les valeurs de D inférieures à — 8 dB.

On emploie ce nomogramme de la manière suivante :

On joint par une droite les points correspondants des échelles 2 et 4. L'intersection de cette droite l'intersection avec l'échelle 9 fournit la valeur de D dans la partie droite de l'échelle.

La partie gauche de l'échelle 9 fournit la valeur du paramètre de diffraction u dont le rôle sera précisé au paragraphe 2.3.

2.1.3. *Influence de la montagne sur la réflexion du sol.* — La formule (10) montre que le facteur d'affaiblissement est souvent amélioré par la présence d'une montagne.

Si l'on considère, en effet, la formule (10), on voit, lorsque l'on calcule les facteurs de réflexion $F_0(E, M)$ ou $F_0(R, M)$, que la présence de la montagne augmente l'une des données h_e ou h_r et diminue la valeur de d. L'angle de réflexion φ est augmenté fortement. Dans les cas favorables, on peut obtenir chacun des facteurs de réflexion égal à $+6$ dB, ce qui compense la perte due à la diffraction. On peut même obtenir un facteur d'affaiblissement positif, ce qui indique un champ reçu supérieur au champ reçu en espace libre à la même distance.

L'influence de la montagne sera ainsi très grande si les hauteurs d'antennes sont faibles.

2.1.4. *Exemple d'application des formules précédentes.* — Considérons l'exemple de la figure 13. On prendra :

$$h_e = 10 \text{ m}, \qquad h_r = 10 \text{ m};$$
$$d_e = 10\,000 \text{ m}, \qquad d_r = 10\,000 \text{ m};$$
$$H = 500 \text{ m}, \qquad \lambda = 2 \text{ m}.$$

Supposons d'abord qu'aucune colline n'existe entre l'émetteur et le récepteur.

Ceux-ci sont en visibilité radioélectrique directe. Le facteur d'affaiblissement est donc égal au facteur de réflexion.

Le calcul des formules (4) et (7) donne

$$\theta = \frac{1}{1\,000}, \qquad h_0 = 125 \text{ m}.$$

Le coefficient de réflexion, compte tenu des courbes de la figure 6 et du critérium de Rayleigh est donc égal à -1 quelle que soit la nature de la zone de réflexion.

Le facteur de réflexion donné par la formule (10) ou le nomogramme III (*fig.* 9) est égal à -30 dB.

Supposons maintenant qu'il existe entre E et R une colline dont la hauteur effective, déterminée, comme on l'a vu à la figure 11, par le tracé de deux profils de terrains rectangulaires, soit égale à 500 m (*fig.* 13).

L'affaiblissement de diffraction calculé par la formule (14) ou le nomogramme V (*fig.* 12) est égal à -30 dB.

Calculons les facteurs de réflexion $F_0(E, M)$ et $F_0(R, M)$. On déterminera d'abord, pour cela, les deux zones de réflexion. On est évidemment dans le cas de la figure 5. Les formules (6) déterminent donc les deux zones de réflexion par les relations

$$E_s M_1 = R_s M_1 = 0,7\,\frac{10^2}{2} = 35 \text{ m}.$$

$$E_s M_2 = R_s M_2 = 24\,\frac{10^2}{2} = 1\,200 \text{ m}.$$

$$M_3 M_4 = 5{,}6 \cdot 10 = 56 \text{ m}.$$

On peut vérifier que le point M est bien à l'intérieur de la zone de réflexion; on a en effet :

$$E_s M = \frac{10 \times 10\,000}{500} = 200 \text{ m}.$$

On détermine ensuite l'angle d'incidence :

$$\theta = \frac{500}{10\,000} = \frac{1}{20} \text{ ou } 3^\circ \quad [\text{form. } (4)]$$

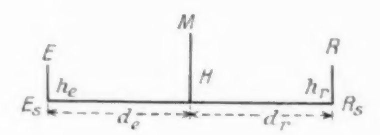


Fig. 13.

et la hauteur fictive :

$$h_0 = \frac{40}{16} = 2{,}5 \text{ m} \quad [\text{form. } (7)].$$

En se reportant aux courbes de la figure 6, on voit que les coefficients de réflexion sont égaux à -1 pour une polarisation horizontale et à $-0{,}75$ pour une polarisation verticale, le terrain étant supposé composé d'un sol sec.

On examinera ensuite la validité du critérium de Rayleigh. La valeur de h_0 montre que si la zone de réflexion comprend un bois ou un village, le coefficient de réflexion doit être pris égal à zéro. Dans une campagne ordinaire à peu près plate, quelle que soit la végétation, on prendra les valeurs données par les courbes de la figure 6.

On détermine ensuite les angles de réflexion

$$\varphi_{EM} = \varphi_{RM} \quad [\text{form. } (8)]$$

que l'on trouve égaux à

$$\varphi_{EM} = \varphi_{RM} = \frac{2\pi \times 10\,500}{2 \times 10\,000} = \frac{\pi}{2}.$$

On en déduit, par la formule (9), la somme des facteurs de réflexion, égale à 12 dB en polarisation horizontale et 10 dB en polarisation verticale, lorsque le critérium de Rayleigh ne s'applique pas.

Dans le cas contraire, le facteur de réflexion est nul. Il en résulte que le facteur d'affaiblissement est égal à une valeur comprise entre — 30 et — 18 dB suivant la nature de la polarisation et du terrain dans les deux zones de réflexion.

Dans tous les cas, elle est supérieure à la valeur obtenue en l'absence de la colline.

2.2. L'ÉMETTEUR ET LE RÉCEPTEUR SONT PEU ÉLEVÉS. — Cette condition est supposée remplie lorsque l'angle de réflexion φ_{ER} entre l'émetteur et le récepteur en l'absence de la colline est petit devant 90°; le facteur de réflexion est relativement important en valeur absolue, les coefficients de réflexion étant supposés égaux à — 1.

La hauteur de la montagne est supposée quelconque.

Dans ces conditions, l'équivalent de transmission réel entre deux antennes demi-onde est égal à la somme de l'équivalent de transmission en l'absence de la montagne, donne par la formule (11) ou le nomogramme IV (*fig.* 10) et du gain G_M procuré par la présence de la montagne.

$$T = 4,3 + 20 \log_{10} \frac{h_e h_r}{d^2} + G_M. \tag{16}$$

Le gain G_M est déterminé par la courbe de la figure 28, dans l'annexe I.

Avec une approximation de 1 ou 2 dB, on peut prendre, selon les valeurs de la hauteur effective H, les relations suivantes pour G_M :

2.2.1. Supposons

$$H < H_l, \quad \text{avec} \quad H_l = \sqrt{\frac{\lambda d_e d_r}{2 \pi d}}.$$

Cette condition est vérifiée lorsque la valeur de D donnée par le nomogramme V (*fig.* 12) est supérieure à — 10 dB.

On prendra alors

$$G_M = 0.$$

2.2.2. Supposons

$$H_l < H < H_L, \quad \text{avec} \quad H_L = \sqrt{\frac{\lambda^2 d_e d_r}{2 \pi^2 h_e h_r}}.$$

Cette condition est équivalente à la condition

$$-10 > D > \frac{1}{2} F_0(E, R) - 14 \text{ dB},$$

D étant toujours déterminé par le nomogramme V (*fig.* 12) et $F_0(E, R)$ facteur de réflexion entre l'émetteur et le récepteur en l'absence de la montagne, étant déterminé par le nomogramme III (*fig.* 9).

On prendra alors :

$$G_M = - D - 10 \text{ dB}. \tag{17}$$

La valeur de D étant inférieure à — 10 dB, la valeur de G_M est toujours positive et la présence de la montagne se traduit donc *toujours* par un renforcement du champ reçu qui augmente lorsque la hauteur de la montagne augmente, en restant toutefois inférieure à H_L.

Cette remarque, un peu surprenante à première vue, est confirmée par l'expérience. De nombreux essais ont été entrepris lors d'une étude effectuée dans le domaine de la télévision, à proximité d'Osaka, au Japon. Ces essais ont permis de montrer que la présence d'une montagne est souvent favorable au renforcement du champ.

2.2.3. Supposons

$$H > H_L \quad \text{ou} \quad D < \frac{1}{2} F_0(E, R) - 14 \text{ dB}.$$

Cette condition est obtenue lorsque les angles de réflexion φ_{EM} et φ_{RM} sont supérieurs à 1 rad.

La formule (17) ne s'applique plus et il faut alors utiliser directement la formule (13).

2.3. CAS GÉNÉRAL. — Nous insistons sur le fait que les formules précédentes ne sont applicables que lorsque les hauteurs des aériens ne sont pas très élevées. En particulier, la formule (13) peut conduire à des erreurs lorsque les hauteurs d'aériens sont du même ordre de grandeur que la hauteur de la colline ou si elles lui sont supérieures. Dans le cas général, le facteur d'affaiblissement est donné par la formule :

$$\begin{aligned} F = 20 \log_{10} & \psi(u - v) + \rho_{EM} \rho_{RM} \psi(u + v) \\ & + e^{-2i\varphi_{ER}} [\rho_{EM} \psi(u - v') \\ & + \rho_{RM} \psi(u + v')] . \end{aligned} \tag{18}$$

Dans cette formule :

2.3.1. u est le *paramètre de diffraction*, indépendant de la hauteur des aériens, donné par l'équation :

$$u^2 = \frac{\pi d}{\lambda d_e d_r} H^2 = \frac{\varphi_{EM} \varphi_{RM}}{2 \varphi_{ER}}; \tag{19}$$

2.3.2. v et v' sont donnés par les équations :

$$\left\{ \begin{aligned} v &= \frac{\varphi_{EM} + \varphi_{RM}}{2u}, \\ v' &= \frac{\varphi_{EM} - \varphi_{RM}}{2u}; \end{aligned} \right. \tag{20}$$

2.3.3. La fonction complexe $\psi(x)$ se met sous la forme :

$$\psi(x) = a(x) e^{-ib(x)},$$

avec

$$b(x) = x^2 + g(x) \quad \text{pour} \quad x > 0.$$

Les valeurs du module $a(x)$ et de l'argument $b(x)$ ou $g(x)$ sont fournies par les courbes de la figure 14 pour toutes les valeurs de x positives ou négatives.

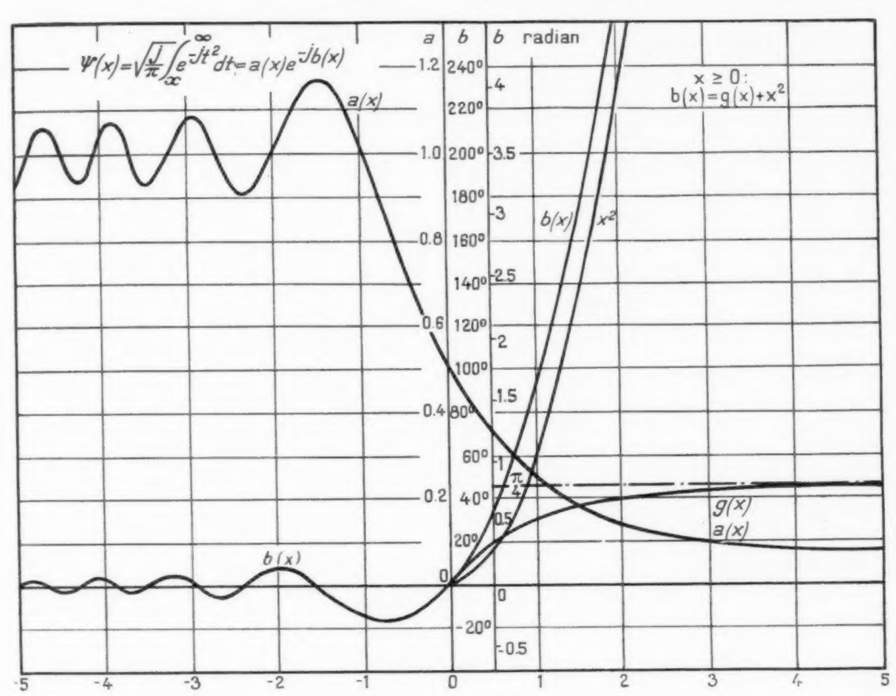


Fig. 14. — Courbes permettant de déterminer le facteur d'affaiblissement dans un trajet quelconque comprenant une montagne.

Remarque. — Les courbes sont tracées pour les valeurs de la variable x inférieures à 5. Pour les valeurs supérieures, on peut utiliser les approximations suivantes :

$$g(x) = \frac{\pi}{4}, \qquad a(x) = \frac{1}{2x}.$$

Les équations (18), (19), (20) et les courbes de la figure 14 permettent de calculer le champ reçu dans tous les cas, même lorsque la hauteur de la colline est plus faible que les hauteurs des aériens.

En particulier, lorsque

$$h_e = h_r = H,$$

les paramètres u et v sont égaux; si l'on suppose, en outre, que les coefficients de réflexion μ_{EM} et μ_{RM} sont nuls, on a :

$$F = 20 \log_{10} a(0) = -6 \text{ dB}.$$

3. Cas de plusieurs montagnes.

Le cas de plusieurs montagnes le long du parcours ER se traite de façon analogue.

Supposons, par exemple, qu'un profil de terrain révèle la présence de deux montagnes, représentées par exemple (*fig.* 15) par leurs sommets M_1 et M_2 et par leurs hauteurs effectives H_1 et H_2. Ces deux montagnes peuvent être remplacées, au point de vue de l'équivalent de transmission, par une montagne unique dont le sommet se trouve à l'intersection des

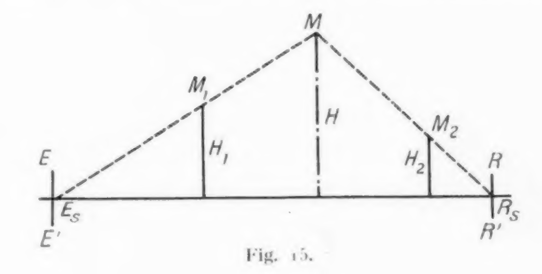


Fig. 15.

droites EM_2 et RM_2. La position de cette montagne fictive et sa hauteur effective se déduisent simplement de l'examen de la figure 15.

Nous avons ainsi examiné la plupart des cas pratiques.

C'est ainsi que la présence d'une chaîne de montagne transversale est équivalente à une montagne dont la hauteur effective est égale à la hauteur réelle de la montagne dans le plan vertical ER.

La présence d'une montagne isolée introduit, comme on l'a vu dans la formule (12) une correction. La hauteur effective de la montagne dépend de la pente de celle-ci dans le profil du terrain perpendiculaire à la droite ER.

CHAPITRE IV.

PROPAGATION A GRANDE DISTANCE EN VISIBILITÉ RADIOÉLECTRIQUE DIRECTE.

Lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur est relativement importante, les résultats des trois chapitres précédents doivent être modifiés pour deux raisons principales :

1° Par suite des variations de l'indice de réfraction de l'air, les surfaces équiphases dans la propagation en espace libre ne sont plus des sphères centrées sur l'émetteur. Leurs trajectoires orthogonales possèdent une courbure non nulle.

2° La terre n'est pas une surface plane, mais une surface sphérique dont le rayon est, par définition,

$$R_0 = \frac{2}{\pi} \cdot 10^7 \text{ m.}$$

1. Atmosphère standard.

La variation moyenne de l'indice en fonction de l'altitude est très souvent linéaire. On peut montrer (³) que le champ reçu est alors égal au champ reçu en admettant une courbure nulle pour les trajectoires orthogonales des surfaces équiphases, mais

$$R = \frac{4k}{3} R_0. \tag{21}$$

k est un coefficient qui est fonction de la valeur du gradient de l'indice par rapport à l'altitude. *L'atmosphère standard, la plus probable dans les régions à climat tempéré, correspond à une valeur de k égale à 1.*

2. Courbes de profil.

Pour déterminer les conditions de visibilité radioélectrique et appliquer les résultats des chapitres précédents, on peut tracer les courbes de profil, non plus à partir d'une droite horizontale, mais à partir d'une portion de cercle représentant l'intersection de la sphère fictive de rayon R par le plan vertical contenant les points E et R.

La figure 16 montre une telle courbe de profil. On trace facilement la portion de cercle en définissant chaque point M d'abscisse d par la formule :

$$PM = \frac{d^2}{2R}.$$

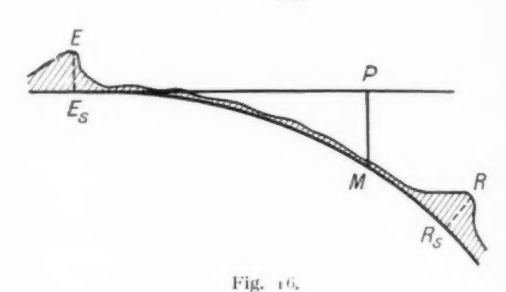


Fig. 16.

3. Horizon radioélectrique. Conditions de visibilité.

3.1. L'HORIZON RADIOÉLECTRIQUE d'un point E, de hauteur h_e, est déterminé par l'intersection de la sphère fictive et du cône des tangentes menées par E. La distance d_e de l'horizon radioélectrique au point E, est donnée par la relation :

$$d_e = \sqrt{2Rh_e} = 4120\sqrt{kh_e}.$$

Dans le cas de l'atmosphère standard, l'horizon radioélectrique est situé à une distance du point E égale au produit par $\sqrt{\frac{4}{3}}$ de la distance correspondant à l'horizon optique.

3.2. LES CONDITIONS DE VISIBILITÉ RADIOÉLECTRIQUE entre deux points de hauteur h_e et h_r et situés à la distance d l'un de l'autre sont donc déterminées par l'inégalité.

$$d \leq d_e + d_r \quad \text{ou} \quad d \leq \sqrt{2Rh_e} + \sqrt{2Rh_r}. \tag{22}$$

On peut aussi se servir du nomogramme VI (*fig.* 17). On utilise ce nomogramme de la manière suivante :

On porte les hauteurs correspondantes des points E et R sur les échelles 1 et 3. La distance maximum de visibilité radioélectrique est lue sur la partie droite de l'échelle 2. On a porté également, sur la partie gauche, la distance maximum en visibilité optique.

(³) *Voir*, par exemple, l'article : J. ORTUSI, *Sur certaines particularités des propagations troposphériques* (*Ann. Radioélectr.*, t. 8, 1953, p. 82).

L'horizon d'un point est évidemment obtenu en prenant égale à zéro la hauteur de l'autre point. Ce nomogramme est utilisable directement pour des hauteurs allant de 15 à 1500 m.

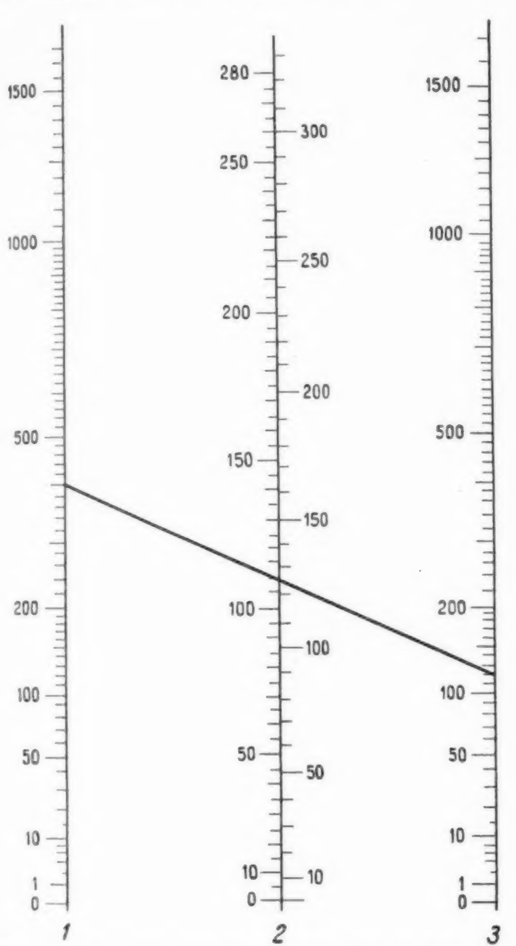


Fig. 17. — Nomogramme VI. Détermination de la distance maximum en visibilité optique et radioélectrique entre deux aériens.

1. Hauteur réelle d'un aérien (en mètres); 2. A gauche : Distance maximum en visibilité optique (en kilomètres); A droite : Distance maximum en visibilité radioélectrique (en kilomètres); 3. Hauteur réelle de l'autre aérien (en mètres).

Remarque. — Ce nomogramme est le seul où l'une des échelles n'est pas exprimée dans les unités normales; l'échelle 2 est, en effet, exprimée en kilomètres.

Pour des hauteurs inférieures ou supérieures à ces valeurs, on pourra multiplier ou diviser les deux hauteurs par 100 de manière à obtenir des valeurs convenables dans les échelles 1 et 3. La distance correspondante de l'échelle 2 devra alors être divisée ou multipliée par 10 pour indiquer la valeur réelle.

Exemple. — Considérons deux aériens de hauteur 400 et 120 m; la lecture directe donne une distance maximum de visibilité radioélectrique de 125 km.

Considérons deux aériens, de hauteur 4 et 1,20 m. On trace, selon le procédé indiqué plus haut, la même droite que dans l'exemple précédent et, en divisant le résultat obtenu par 10, on obtient ainsi une distance de 12,5 km.

4. Terre plane équivalente. Hauteur effective d'un aérien.

4.1. Terre plane équivalente. — Il n'est, en général, pas nécessaire de déterminer les courbes de profil par rapport à la sphère fictive de rayon R.

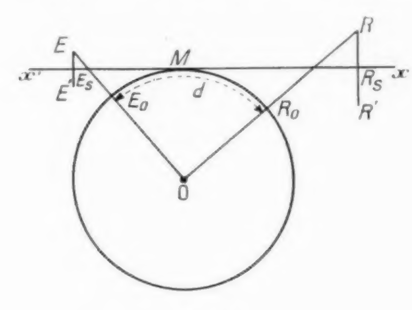


Fig. 18.

Considérons, en effet (*fig.* 18) le plan tangent $x'x$ à cette sphère au point M, également incliné par rapport aux droites EM et MR. Ce plan, normal au plan vertical passant par E et par R, s'appelle la *terre plane équivalente*.

Le champ reçu en R est égal au champ reçu en remplaçant la surface sphérique par la terre plane équivalente.

4.2. Courbe de profil. — Lorsqu'il est nécessaire, à cause de la présence de collines, de déterminer la courbe de profil par rapport au plan $x'x$, on opérera de la manière suivante :

On donnera à chaque point du trajet ER, situé à la distance x du point M et à la hauteur réelle h, une hauteur fictive h' donnée par la relation

$$\Delta h = h - h' = \frac{x^2}{2R}. \qquad (23)$$

4.3. Hauteur effective. — Lorsque la distance n'est pas trop grande et lorsque l'absence de collines ne nécessite pas le tracé d'une courbe de profil, on peut se contenter de déterminer la baisse de hauteur des aériens provoquée par la courbure de la sphère fictive.

Désignons par $EE_0 = h_e$ et par $RR_0 = h_r$ les hauteurs réelles des aériens. On a

$$E_0 R_0 = d \quad (fig.\ 18).$$

Le point M est déterminé par les formules habituelles valables pour une terre plane

$$(24) \quad \begin{cases} E_0 M = \dfrac{d h_e}{h_e + h_r}, \\ R_0 M = \dfrac{d h_r}{h_e + h_r}. \end{cases}$$

La hauteur effective $EE_1 = h'_e$ de l'aérien d'émission est donnée par la relation :

$$(25) \quad \Delta h_e = h_e - h'_e = \frac{d^2 h_e^2}{2R(h_e + h_r)^2} = \frac{6.10^{-8}}{k} \cdot \frac{d^2 h_e^2}{(h_e + h_r)^2}.$$

Une formule analogue fournit la baisse de hauteur relative à l'aérien de réception.

Les formules (24) et (25) sont alors suffisantes pour calculer le champ reçu en R.

On détermine d'abord le point d'impact du rayon réfléchi par les formules (24). On détermine ensuite les hauteurs effectives des aériens h'_e et h'_r par les formules (25). Ce sont ces hauteurs effectives qui seront employées à la place des hauteurs réelles dans toutes les formules des trois chapitres précédents, en particulier l'angle d'incidence [form. (4)], les dimensions de la zone de réflexion [form. (5) et (6)], la hauteur fictive déterminant le critérium de Rayleigh [form. (7)] et l'angle de réflexion [form. (8)].

Dans le cas de la présence d'une colline, on calculera la hauteur effective de la colline par rapport à la terre plane équivalente en retranchant la baisse de hauteur, calculée par la formule (23), de la hauteur effective par rapport au sol. C'est cette valeur qui sera prise comme valeur fictive de la hauteur effective de la colline, en combinaison avec les hauteurs effectives des aériens h'_e et h'_r, dans toutes les formules du chapitre III et dans le nomogramme V. Par contre, les distances d_e et d_r ne seront pas modifiées.

4.3.1. *Nomogramme*. — Au lieu de calculer la formule (25), on peut utiliser le nomogramme VII (*fig.* 19).

Ce nomogramme s'emploie ainsi :

On place sur l'échelle 2 le point correspondant à la hauteur réelle de l'un des aériens et sur l'échelle 1 le point correspondant à la somme des hauteurs réelles des deux aériens. La droite qui joint ces points coupe en M l'échelle 3. On joint le point M au point correspondant de l'échelle 4 et l'on trouve en 5 la baisse de hauteur

$$\Delta h = h - h'.$$

Exemple. — Soit deux aériens de hauteurs égales à 1000 m, à une distance de 100 km l'un de l'autre. Le nomogramme VII (*fig.* 19), donne pour chacun d'eux, une baisse de hauteur $\Delta h = 160$ m (hauteur effective, 840 m).

Remarque. — Les formules de ce chapitre sont, en principe, applicables dans tous les cas de propagation en visibilité radioélectrique directe. Toutefois, elles ne présentent d'intérêt que dans le cas où le récepteur se trouve au delà de l'horizon radioélectrique de l'émetteur, les conditions de visibilité n'étant réalisées que grâce à l'altitude du récepteur. Il en est de même, par application du principe de réciprocité, si l'on permute le rôle de l'émetteur et du récepteur.

CHAPITRE V.

PROPAGATION A GRANDE DISTANCE SANS VISIBILITÉ RADIOÉLECTRIQUE DIRECTE.

Les formules indiquées dans les chapitres précédents ne s'appliquent plus lorsque l'émetteur et le récepteur ne sont pas en visibilité radioélectrique directe.

1. Théories actuelles de la propagation au delà de l'horizon radioélectrique.

Trois théories peuvent être proposées actuellement pour déterminer le champ médian reçu.

1.1. Théorie classique. — C'est la théorie basée sur le calcul du champ par la méthode de l'intégrale de phase, très utilisée en mécanique quantique.

Elle fournit la valeur du champ sous la forme d'une série de modes réels ou évanescents suivant la nature de la courbe du profil d'indice.

Cette théorie est complètement inexacte dans le cas où les hauteurs d'aériens sont faibles.

Toutefois, son intérêt persiste lorsque la hauteur de l'un des aériens est suffisamment élevée pour que l'on ne soit pas trop éloigné des conditions de visibilité radioélectrique directe. Aussi, nous donne-

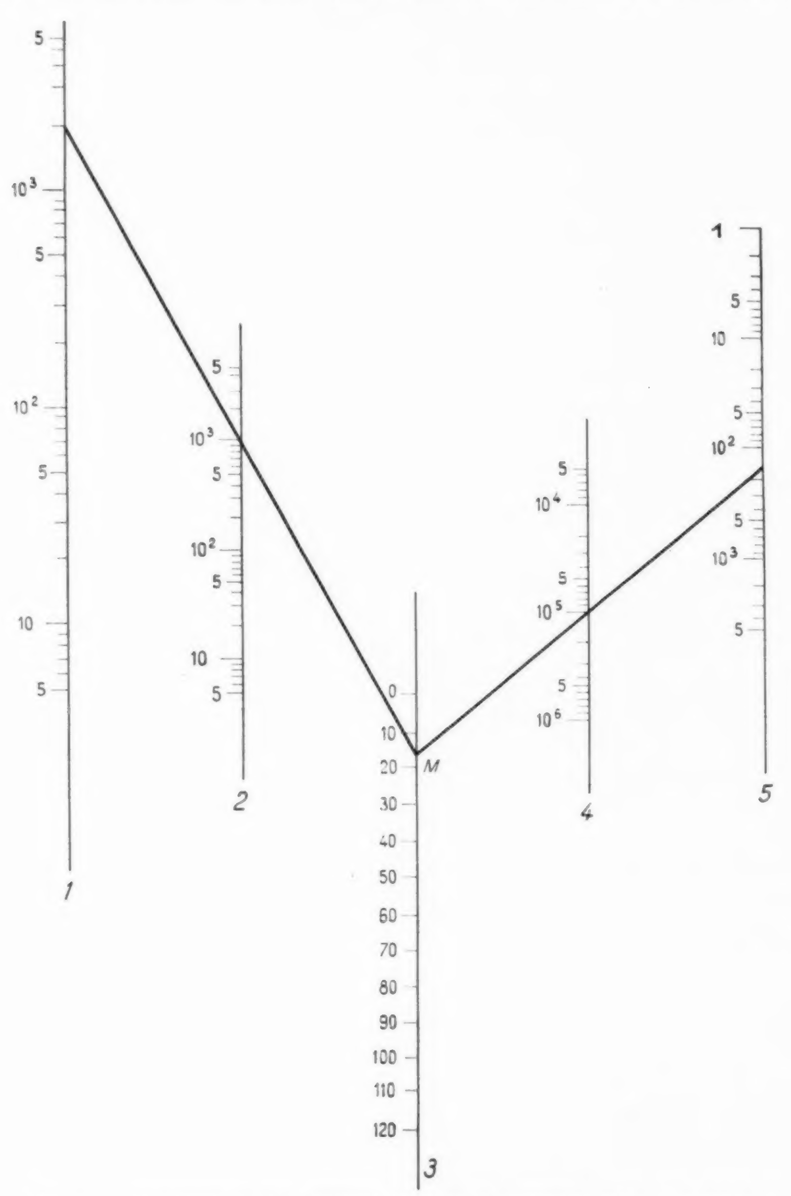


Fig. 19. — Nomogramme VII. Détermination de la hauteur effective d'un aérien en fonction de la distance.

1. Somme des hauteurs réelles des deux aériens; 2. Hauteur de l'un des aériens; 4. Distance entre l'émetteur et le récepteur; 5. Diminution de hauteur de l'aérien considéré en 2.

Remarque. — Lorsque l'on porte, sur l'échelle 2, la hauteur limite h_L donnée par la partie droite de l'échelle 2 du nomogramme VIII, le point M sur l'échelle 3 fournit le gain de diffraction dû à la hauteur des deux aériens dans une propagation sans visibilité directe (*voir* explication p. 249).

rons ultérieurement les nomogrammes permettant de déterminer le champ calculé par cette théorie.

1.2. La théorie de la turbulence : préconisée par Krasilnikov ([4]) et appliquée, à sa suite, par Booker et Gordon ([5]) et par Megaw ([6]). Cette théorie admet que l'atmosphère est un milieu non homogène, introduisant autour de la valeur moyenne classique de l'indice en atmosphère standard, de petites variations erratiques dans toutes les directions.

Elle s'appuie sur les nombreuses mesures des variations de l'indice de réfraction effectuées récemment.

Ces variations d'indice sont certainement responsables des fading rapides provoqués par une modulation de fréquence parasite et superposés au champ moyen, ainsi que de la baisse de gain des aériens par rapport à la valeur du gain en espace libre. Elles sont aussi, probablement, responsables de la loi de distribution autour du champ médian.

Il ne semble pas, cependant, tout au moins pour les distances inférieures à 1000 km, que le champ de turbulence puisse expliquer la valeur médiane du champ reçu.

Dans l'annexe III, nous décrirons une méthode expérimentale permettant de mesurer les champs de turbulence et la durée moyenne dans l'espace des variations d'indice.

1.3. La théorie de la diffraction à partir d'une surface d'excitation convenablement choisie pour obtenir une valeur simple des champs générateurs.

Cette théorie est exposée dans l'annexe II.

Nous verrons qu'elle fournit des valeurs médianes de champ en concordance remarquable avec les valeurs expérimentales.

Aussi, c'est à partir de cette théorie que nous déterminerons, au prochain paragraphe, les formules et les nomogrammes permettant d'obtenir les valeurs de l'équivalent de transmission pour toutes les hauteurs d'aériens situés en dehors des conditions de visibilité radioélectrique directe.

2. Détermination de l'équivalent de transmission.

On désigne par h_e et par h_r les hauteurs *réelles* des aériens d'émission et de réception séparés par la distance d et par $R = \frac{4}{3} k R_0$ le rayon fictif de la terre.

2.1. Définition de deux hauteurs limites. — Pour déterminer l'équivalent de transmission T, on considérera deux *hauteurs limites* h_l et h_L.

2.1.1. *La hauteur limite inférieure* h_l est donnée par la formule

$$h_l = \frac{\lambda R}{2d} = 4,2.10^6 k \frac{\lambda}{d}. \tag{26}$$

Cette valeur dépend de λ et de d et diminue lorsque d augmente.

2.1.2. *La hauteur limite supérieure* h_L est donnée par la formule

$$h_L = \frac{d^2}{4\pi R} = \frac{10^{-8}}{k} d^2. \tag{27}$$

Cette valeur ne dépend que de la distance d et augmente comme le carré de celle-ci.

Dans le cas général, le facteur d'affaiblissement et l'équivalent de transmission sont donnés par les formules :

$$F = F_1 + G_A,$$
$$T = T_1 + G_A,$$

dans lesquelles F_1 et T_1 sont indépendants de la hauteur des aériens et dans lesquelles G_A représente le gain positif ou négatif procuré par la hauteur des aériens.

En outre, F_1 et T_1 sont indépendants de la nature et des irrégularités du terrain situé au voisinage de l'émetteur ou du récepteur; par contre, G_A peut en dépendre dans un cas particulier.

La valeur de G_A est obtenue en comparant la hauteur des aériens aux valeurs de h_l et de h_L.

2.2. Calcul du facteur d'affaiblissement et de l'équivalent de transmission. — Trois cas sont alors possibles selon les valeurs de la hauteur des aériens.

2.2.1. *La hauteur de chaque aérien est supérieure à h_l et la somme des hauteurs des deux aériens est inférieure à h_L.*

Dans ce cas $G_A = 0$ et, dans cette zone de hauteur, le champ reçu ne dépend donc pas de la hauteur des aériens ni de la nature du terrain. Le rapport du champ médian reçu au champ reçu en espace libre à la même distance est donné par la formule

$$\frac{E}{E_0} = \frac{R^2 \lambda}{\pi^2 d^3}. \tag{28}$$

([4]) Krasilnikov, *Bull. Acad. Sc. U. R. S. S.*, vol. 13, 1949, p. 33.

([5]) Booker et Gordon, *Proc. Inst. Radio Eng.*, avril 1950, p. 401.

([6]) Megaw, *Nature*, t. 38, 1950, p. 1100.

On en déduit, pour l'atmosphère standard ($k = 1$), les valeurs du facteur d'affaiblissement F et de l'équivalent de transmission T

$$(29) \quad F = F_1 = 20 \log_{10}(7\lambda) - 60 \log_{10}\left(\frac{d}{10^3}\right),$$

$$(30) \quad T = T_1 = 40 \log_{10}\lambda - 80 \log_{10}\frac{d}{10^3} + G_E + G_R,$$

G_E et G_R étant les gains maxima en espace libre des aériens d'émission et de réception.

La comparaison des formules (26) et (27) montre que la zone où le champ reçu est indépendant de la hauteur des aériens est d'autant plus étendue que la distance augmente (h_l diminue et h_L augmente).

2.2.2. *La somme des hauteurs des deux aériens est supérieure à h_L.* — Dans cette zone, le champ reçu est proportionnel au cube du rapport $\frac{h_E + h_R}{h_L}$. Il est, en outre, indépendant de la nature du terrain.

On a ainsi, en atmosphère standard :

$$(31) \quad G_A = 60 \log_{10}(h_E + h_R) - 120 \log_{10}\frac{d}{10^3},$$

les valeurs de F_1 et de T_1 étant toujours égales aux valeurs calculées en (29) et en (30).

Ce gain G_A est toujours positif puisque $h_E + h_R$ est supposé supérieur à h_L.

2.2.3. *La hauteur de l'un des aériens est inférieure à h_l.* — Dans cette zone, le champ reçu dépend de la nature du terrain devant cet aérien. Dans le cas d'un sol parfaitement conducteur, il est proportionnel au rapport $\frac{h_e}{h_l}$.

On a ainsi, en atmosphère standard :

$$(32) \quad G_A = 20 \log_{10} h_e - 20 \log_{10}\left(\frac{5{,}2 \cdot 10^3 \lambda}{d}\right),$$

les valeurs de F_1 et de T_1 étant toujours égales aux valeurs calculées en (29) et en (30).

Ce gain G_A est toujours négatif puisque h_e est supposé inférieur à h_l.

2.3. Remarques. — *a.* La formule (32) n'est valable que si le coefficient de réflexion dans la zone située au voisinage de l'antenne de faible hauteur est égal à -1.

Dans le cas contraire, on déterminera le facteur de réflexion d'une propagation fictive, comme il est indiqué dans l'annexe II. En particulier, lorsque ce facteur de réflexion est nul, on prendra $G_A = 0$ comme dans première zone de hauteur.

Par contre, les formules (29), (30) et (31), dans les deux autres zones de hauteur, sont indépendantes de la nature et des irrégularités du terrain et, en conséquence, de la valeur des coefficients de réflexion.

b. La valeur de h_l devient très faible lorsque la longueur d'onde diminue. A une distance $d = 420$ km, la valeur de h_l en atmosphère standard est $h_l = 10\lambda$. Pour $\lambda = 10$ cm, $h_l = 1$ m. A cette même distance, la valeur de h_L, indépendante de λ, est $h_L = 1700$ m. Le premier et le second cas seront donc généralement réalisés; le troisième cas ne se produira que pour des longueurs d'onde relativement grandes.

2.4. Utilisation d'un nomogramme. — Le facteur d'affaiblissement et l'équivalent de transmission sont fournis par les nomogrammes VII (*fig.* 19) et VIII (*fig.* 20) dans le cas de l'atmosphère standard.

Le nomogramme VIII (*fig.* 20), à la page suivante, fournit la valeur de F_1 et de T_1.

On utilise ce nomogramme de la manière suivante :

On joint les points correspondants de l'échelle 1 et de la partie gauche de l'échelle 2. La droite ainsi tracée donne sur l'échelle 3 le facteur d'affaiblissement et sur l'échelle 4 l'équivalent de transmission pour deux antennes demi-onde.

La partie droite de l'échelle 2 donne la hauteur limite supérieure h_L.

Le gain G_A, lorsque la somme des hauteurs des aériens est supérieure à h_L, est fourni par le nomogramme VII (*fig.* 19).

On utilise ce nomogramme de la manière suivante :

On reporte la valeur de h_L, déterminée précédemment, sur l'échelle 2 du nomogramme VII; la droite qui joint ce point au point correspondant de l'échelle 1 détermine sur l'échelle 3 la valeur de G_A dont on ne tiendra compte naturellement que des valeurs positives.

Exemple. — Considérons deux aériens de hauteurs égales à 1000 m, situés à une distance de 300 km. La longueur d'onde est de 3 m. Le nomogramme VIII (*fig.* 20) fournit un facteur d'affaiblissement F_1 de -62 dB et un équivalent de transmission pour deux antennes demi-onde T_1 de -182 dB. Par ailleurs, la hauteur limite h_L est de 1 000 m.

En reportant cette valeur sur l'échelle 2 du nomogramme VII (*fig.* 19), on obtient une droite qui coïncide avec la droite déjà tracée à l'occasion de l'exemple du chapitre précédent.

On obtient ainsi un gain de hauteur d'aériens égal à $+18$ dB qui s'ajoute aux valeurs de F_1 et de T_1 précédentes dans la détermination de la puissance reçue.

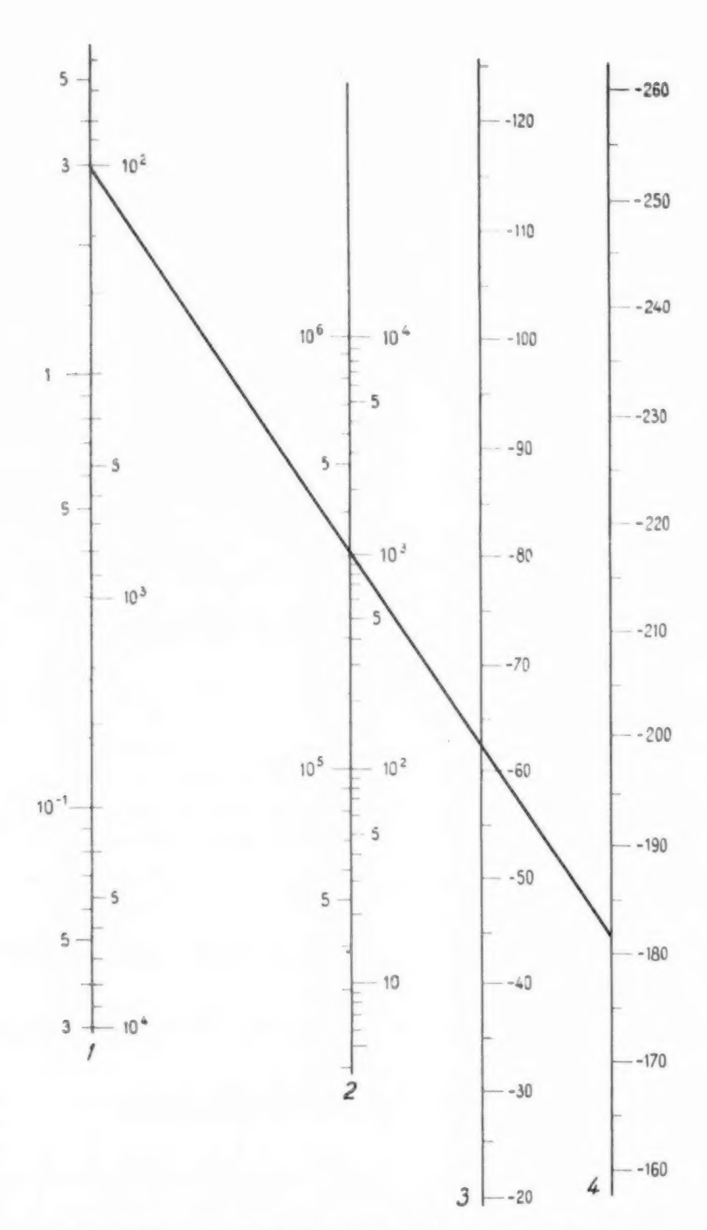


Fig. 20. — Nomogramme VIII. Détermination du facteur d'affaiblissement et de l'équivalent de transmission au delà de l'horizon.

1. A gauche : Longueur d'onde; A droite : Fréquence; 2. A gauche : Distance entre l'émetteur et le récepteur; A droite : Hauteur limite h_L; 3. Facteur d'affaiblissement; 4. Équivalent de transmission entre deux antennes demi-onde.

Remarque. — Le gain dû à la hauteur des aériens est obtenu en reportant la hauteur limite h_L sur l'échelle 2 du nomogramme VII.

3. Conditions voisines des conditions de visibilité radioélectrique. Formules classiques.

3.1. Cas d'application de ces formules. — On sait que les formules classiques reposent sur le calcul des modes évanescentes de propagation par la méthode de l'intégrale de phase.

Deux critiques essentielles peuvent être faites à cette méthode (7).

3.1.1. Cette théorie, grâce à la notion d'indice modifié, admet une transformation des coordonnées introduisant une transformation de la multiplicité équivalente aux conditions aux limites et de la multiplicité caractéristique de l'équation de propagation.

En particulier, la ligne singulière (horizon radioélectrique) est rejetée à l'infini.

Il en résulte que le développement en série définissant les modes évanescents ne peut alors préjuger l'existence de points singuliers introduisant des modes de propagation réels.

3.1.2. Dans le cas des hauteurs d'aériens faibles, les constantes des régions de Stokes ne sont obtenues que pour des points suffisamment éloignés des lignes de Stokes. Une petite variation dans les valeurs supposées constantes peut expliquer de grandes variations sur les valeurs propres déterminant l'affaiblissement de l'onde.

Chacune de ces valeurs propres dépend étroitement des conditions aux limites appliquées sur la surface de la terre et, par suite, des irrégularités de celle-ci.

3.1.3. Ces deux critiques sont moins fondées dans le cas d'aériens de hauteurs élevées, par suite du rôle moins important joué par le champ qui existe au voisinage du sol. Aussi faut-il s'attendre à ce que les résultats de la méthode classique soient valables, dans ce cas, sans introduire de trop grandes erreurs.

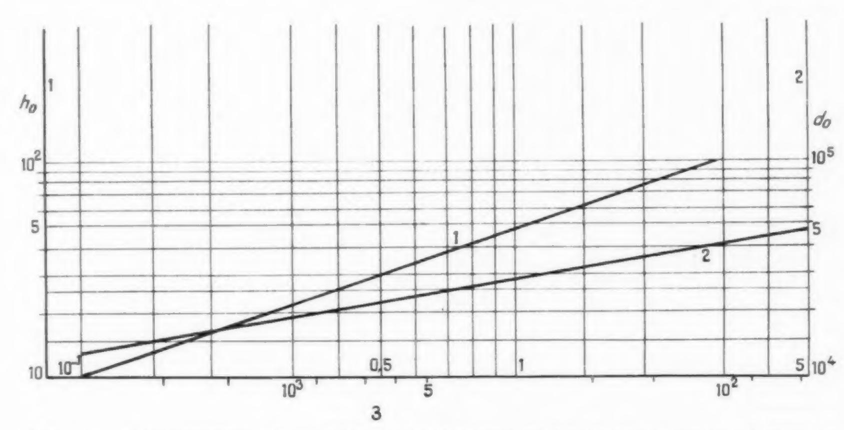


Fig. 21. — Nomogramme IX. — Facteur d'affaiblissement au delà de l'horizon, d'après la formule classique de diffraction. Détermination de la hauteur caractéristique et de la distance caractéristique en fonction de la longueur d'onde.

1. Hauteur caractéristique h_0; 2. Distance caractéristique d_0; 3. En haut : Longueur d'onde; En bas : Fréquence.

3.2. Nomogrammes de la méthode classique en atmosphère standard. — On admet que le sol est parfaitement conducteur et que la distance est suffisamment grande pour que le premier mode évanescent de propagation soit seul à considérer.

Le calcul du facteur d'affaiblissement s'effectue en déterminant d'abord deux *grandeurs caractéristiques*, fonctions seulement de la longueur d'onde.

— La hauteur caractéristique h_0, représentée sur la partie gauche des ordonnées, dans le nomogramme IX (*fig.* 21) en fonction de λ;

— La distance caractéristique d_0, représentée sur la partie droite des ordonnées, dans le nomogramme IX (*fig.* 21) en fonction de λ.

Le facteur d'affaiblissement est donné par la formule :

$$F = F_d + G_{h_e} + G_{h_r}. \qquad (53)$$

(7) Voir l'article : J. Ortusi, *Sur certaines particularités des propagations troposphériques* (*Ann. Radioélectr.*, t. 8, 1953, p. 88).

3.2.1. ***Le facteur de perte dû à la distance*** F_d, toujours négatif, ne dépend que du rapport $x = \frac{d}{d_0}$ et est à peu près proportionnel à la distance.

Il est représenté par la valeur correspondant aux ordonnées de la partie droite du nomogramme X (*fig.* 22).

3.2.2. ***Le gain de chaque aérien*** (G_{h_e} par exemple)

Le facteur de perte F_d, déterminé par le nomogramme X (*fig.* 22) est égal à — 70 dB à une distance de 200 km ($x = 5$) et à — 170 dB à une distance de 440 km ($x = 11$).

Supposons que l'une des antennes ait une hauteur de 9,14 m. Le gain de cet aérien (indépendant de la distance) est de — 20 dB ($y = 0{,}09$).

Supposons que l'autre antenne soit à une altitude

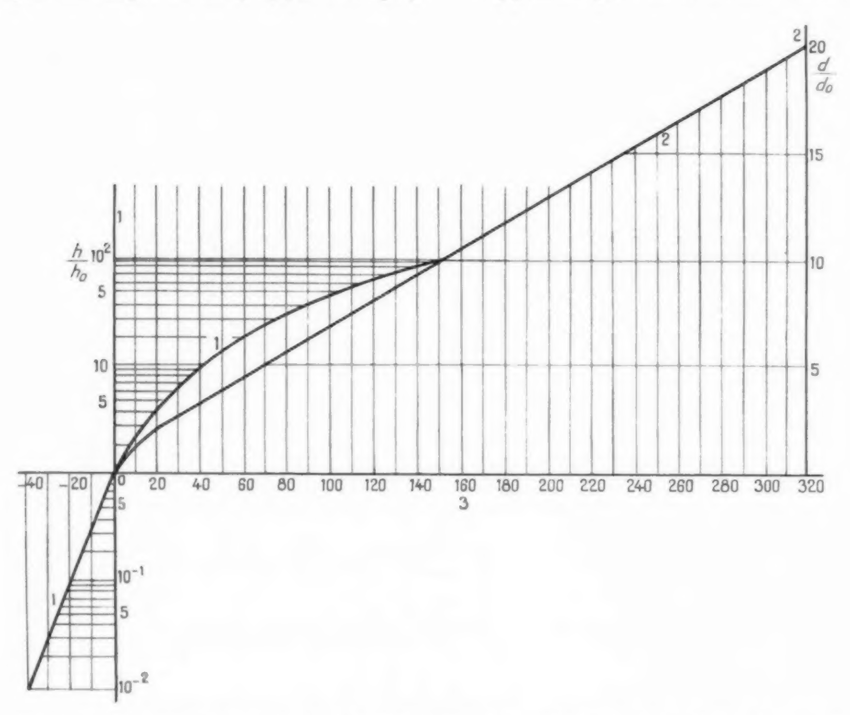


Fig. 22. — Nomogramme X. Facteur d'affaiblissement au delà de l'horizon, d'après la formule classique de diffraction. Détermination du facteur d'affaiblissement.

1. Rapport entre la hauteur réelle de chaque aérien et la hauteur caractéristique; 2. Rapport entre la distance de l'émetteur au récepteur et la distance caractéristique; 3. *Associé à la courbe* 1 : Gain dû à la hauteur de chaque aérien; *Associé à la courbe* 2 : Facteur d'affaiblissement, changé de signe, dû à la distance.

ne dépend que du rapport $y = \frac{h_e}{h_0}$. Il est positif ou négatif suivant que le rapport y est plus grand ou plus petit que 1.

Il est représenté par la valeur correspondant aux ordonnées de la partie gauche du nomogramme X (*fig.* 22).

3.3. Exemple. — Soit une liaison sur une fréquence de 100 Mc.

Le nomogramme IX fournit la hauteur caractéristique $h_0 = 100$ m et la distance caractéristique $d_0 = 41$ km.

variable entre 10 et 10 000 m. Le gain de cet aérien, déterminé par le nomogramme X (*fig.* 22) varie donc de — 20 à + 155 dB ($y = 100$).

Le facteur d'affaiblissement varie donc de — 110 à + 65 dB pour une distance de 200 km et varie de — 210 à — 35 dB pour une distance de 440 km.

L'équivalent de transmission pour deux antennes demi-onde est obtenu en ajoutant au facteur d'affaiblissement l'équivalent de transmission pour ces antennes en espace libre.

Celui-ci peut être déterminé soit par le nomogramme I (*fig.* 2) soit, beaucoup plus simplement,

par la différence correspondante des échelles 3 et 4 du nomogramme VIII (*fig.* 20).

On obtient ainsi, pour cet équivalent en espace libre, une valeur de — 114 dB à 200 km et de — 121 dB à une distance de 440 km.

L'équivalent de transmission réel pour deux antennes demi-onde, lorsque l'on modifie la hauteur de l'un des aériens, varie donc de — 224 à — 50 dB pour une distance de 200 km et varie de — 331 à — 156 dB pour une distance de 440 km.

Les valeurs correspondant aux hauteurs intermédiaires sont obtenues en tenant compte des variations du gain de hauteur donné par le nomogramme X (*fig.* 22) pour les valeurs de y allant de 0,1 à 100.

Les deux courbes correspondantes à ces valeurs sont tracées en 3 dans les courbes de la figure 24. On voit que ces courbes coïncident très bien avec les courbes expérimentales lorsque la hauteur de la seconde antenne est un peu inférieure à la hauteur correspondant aux conditions de visibilité radioélectrique, déterminées par le nomogramme VI (*fig.* 17) (10 500 m pour la distance de 440 km et 2 000 m pour la distance de 200 km).

Mais, pour des hauteurs d'aériens moins élevées, les deux séries de courbes s'écartent considérablement. On a, par exemple à 10 m, une erreur de 44 dB à 200 km et une erreur de 135 dB à 440 km.

La méthode classique ne peut donc être employée que pour des hauteurs d'aériens inférieures de 20 à 30 % seulement aux hauteurs correspondant aux conditions de visibilité radioélectrique.

4. Étude expérimentale du champ en ondes métriques.

Dans le domaine des ondes métriques, de nombreuses expériences de propagation en dehors des conditions de visibilité directe ont été entreprises afin de déterminer les possibilités ultimes de réception des émissions de télévision.

4.1. Courbes de Stockholm.

4.1.1. Valeurs extrêmes du champ. — C'est ainsi qu'à la réunion de Stockholm en mai 1952, le C. C. I. R. a décidé de recommander une série de courbes proposées par les rapporteurs du Royaume-Uni.

Ces courbes permettent de déterminer, en fonction d'une distance variant de 100 à 700 km, le dépassement prévu dans l'intensité du champ troposphérique durant des intervalles de temps de 1 et de 10 % du temps total.

Les courbes récapitulatives, recommandées par le C.C.I.R., sont représentées sur la figure 33, à la page suivante, *en traits pleins*.

Ces courbes donnent directement le champ au voisinage du récepteur. On peut en déduire le facteur d'affaiblissement par différence avec les valeurs du champ en espace libre données par le nomogramme I.

Elles sont relatives aux données correspondantes de 21 emplacements terrestres, et sont acceptables pour des trajets maritimes bien que la Commission du C.C.I.R. recommande, dans ce cas, de les utiliser « avec prudence ».

Les deux premières courbes se rapportent à la bande de fréquence de 40-100 Mc/s. La troisième courbe se rapporte à la fréquence de 200 Mc; la courbe relative au dépassement prévu pendant 1 % du temps coïncide, pour cette fréquence, avec la première courbe.

4.1.2. Valeurs médianes du champ. — Les courbes de Stockholm ne sont pas tracées pour la valeur médiane des champs, le C. C. I. R. n'ayant pas cru devoir recommander la courbe correspondante.

Nous avons toutefois tracé, *en traits pointillés*, pour la bande de fréquence de 40 à 100 Mc, ainsi que pour la fréquence de 200 Mc, les courbes médianes normales calculées en supposant une répartition des champs troposphériques suivant la loi normale de propagation.

Nous verrons plus loin que cette loi est très bien observée dans les propagations troposphériques.

Il est facile de voir, en considérant la loi de Gauss, que l'écart, mesuré en unités de transmission, entre la valeur maximum de champ dépassée pendant 1 % du temps et la valeur maximum dépassée pendant 10 % du temps est égal à l'écart entre cette dernière valeur et la valeur médiane. (Il en est de même pour les écarts entre les valeurs de champ dépassées pendant 99 et 90 % du temps.)

La courbe médiane normale est donc tracée de telle façon que les ordonnées de la courbe des valeurs dépassées pendant 10 % du temps soient les moyennes arithmétiques des ordonnées de la courbe médiane et de celles de la courbe des valeurs dépassées pendant 1 % du temps.

Nous avons indiqué également, sur les courbes (*fig.* 23) six valeurs de champs médians calculées par la théorie de la diffraction à partir des formules de Kottler.

Ces valeurs sont déterminées par le nomogramme VIII pour la fréquence de 200 Mc. Pour la

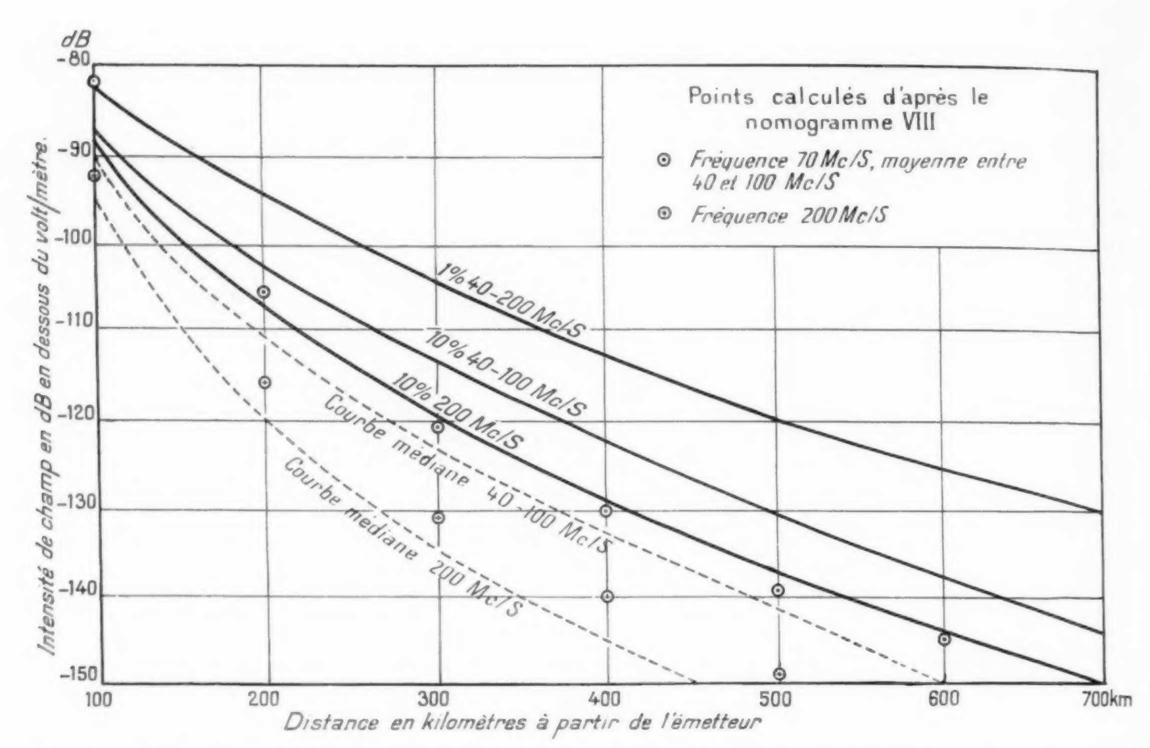


Fig. 23. — Courbes de Stockholm. Dépassement prévu dans l'intensité de champ troposphérique durant les 1 et 10 % du temps.

Bande de fréquence de 40-200 Mc. Puissance de 1 kW rayonnée par une antenne dipôle demi-onde, à polarisation verticale et horizontale. Antenne de réception à 10 m au-dessus du sol.

bande de fréquence allant de 40 à 100 Mc, ces valeurs ont été déterminées pour la fréquence de 70 Mc (moyenne arithmétique des fréquences extrêmes).

Ce nomogramme donne le facteur d'affaiblissement que l'on ajoute ensuite à la valeur du champ en espace libre, exprimée en unités de transmission, donnée par les trois premières échelles du nomogramme I (*fig.* 2).

En l'absence d'informations sur la nature du terrain autour de l'aérien du récepteur, il n'a pas été tenu compte du gain négatif de hauteur donné par les formules (26) et (32) lorsque le coefficient de réflexion est égal à — 1.

On constate, entre 200 et 500 km, que les valeurs de champ calculées ainsi coïncident, à quelques décibels près, avec les valeurs déduites de la courbe médiane.

4.2. Courbes de la F. F. C.

4.2.1. Étude du gain de hauteur. — La Commission fédérale des Communications des États-Unis a étudié les résultats d'environ 160 000 mesures de la valeur médiane horaire de l'équivalent de transmission, relevées entre 90 et 110 Mc/s et toutes relatives à des trajets terrestres aux États-Unis, pour des distances à l'horizon atteignant 1011 km.

Cette étude a permis de montrer que la loi de répartition des valeurs de champ dépassées pendant un pourcentage donné de temps est à peu près une loi normale.

Les valeurs présentées en 1952 étaient nettement inférieures aux valeurs tirées des courbes de Stockholm.

Toutefois, les valeurs présentées à la VII[e] Assemblée plénière du C.C.I.R. à Londres, en 1953 (document 201) réduisent cette différence à quelques décibels seulement.

Ces valeurs sont destinées à devenir les valeurs « standard » pour la fréquence de 100 Mc sur les trajets terrestres aux États-Unis, pour les distances et hauteurs d'antenne indiquées.

Ce même document indique que des courbes « semi-empiriques » du gain en fonction de la hauteur seront dressées avec la distance comme variable indépendante.

Les deux courbes 1 tracées en *traits pleins* (*fig.* 24) montrent les résultats préliminaires de cette étude classique, comme il a été indiqué dans l'exemple relatif à cette dernière méthode. On a vu que les courbes 3 ne pouvaient être utilisées que pour des hauteurs d'aériens inférieures d'environ 30 % aux hauteurs correspondantes aux conditions de visibilité radioélectrique.

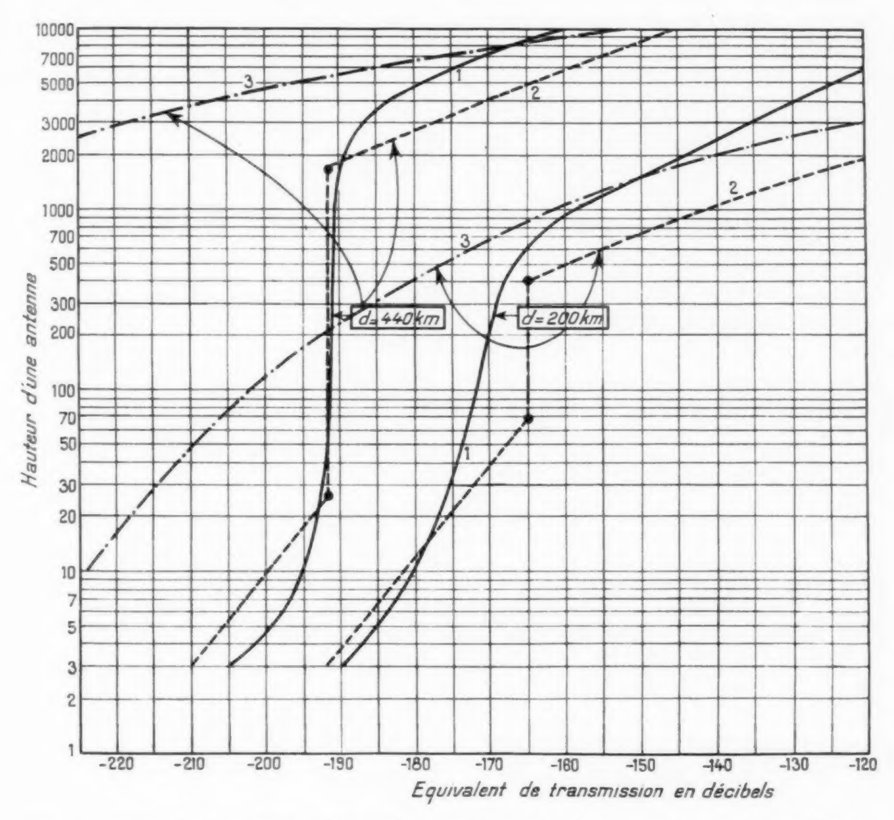


Fig. 24. — Comparaison entre deux courbes expérimentales de propagation au delà de l'horizon par la F. F. C. et les courbes correspondantes calculées.
Équivalent de transmission, sur 100 Mc/s, en fonction de la hauteur d'une antenne, pour 200 et 440 km (la hauteur de l'autre antenne reste égale à 9,14 m).

1. Courbes expérimentales de la F. F. C.; 2. Courbes déterminées d'après le nomogramme VIII; 3. Courbes déterminées d'après les nomogrammes IX et X.

publiés dans le document 201 et relatifs à des distances de 200 et 440 km (les courbes de la figure 24 donnent l'équivalent de transmission pour antennes demi-onde supérieur de 4,3 dB à l'équivalent employé dans le document 201 relatif à des antennes isotropes).

4.2.2. Comparaison avec les théories. — Nous avons tracé également, *en tirets*, les courbes 3 obtenues par le calcul des champs selon la méthode

Nous avons tracé également, *en pointillés*, les courbes 2 obtenues par le calcul des champs selon les formules de Kottler.

α. Pour tracer ces courbes, on détermine d'abord les hauteurs limites inférieure h_l et supérieure h_L données par les formules (26) et (27) (en prenant $k = 1$ dans le cas de l'atmosphère standard).

On trouve :

$$h_l = 65 \text{ m}, \qquad h_L = 500 \text{ m}$$

à la distance de 200 km, et

$$h_l = 29 \text{ m}, \qquad h_L = 1700 \text{ m}$$

à la distance de 440 km.

β. Pour les hauteurs de l'antenne mobile comprises entre h_l et h_L, les courbes 2 sont des droites verticales dont les abscisses, déterminées par le nomogramme VIII, sont de — 165 dB à la distance de 200 km et de — 192 dB à la distance de 440 km.

γ. Pour les hauteurs de l'antenne mobile supérieures à h_L, les courbes 2, compte tenu de l'échelle logarithmique des ordonnées, sont des droites dont la pente est de 60 dB pour une variation de 10 dans la valeur de la hauteur; ces droites sont indépendantes de la nature et des irrégularités du terrain.

δ. Pour les hauteurs de l'antenne mobile inférieures à h_l, les courbes 2, lorsque le coefficient de réflexion est égal à — 1, sont des droites dont la pente est de — 20 dB pour une variation de 10 dans la hauteur des aériens.

En comparant les courbes 1 et 2, on peut faire les remarques suivantes :

— Les valeurs de champ indépendantes de la hauteur des aériens sont bien vérifiées, surtout à 440 km;

— Les courbes 1 et 2 sont à peu près parallèles dans leurs parties supérieures, ce qui confirme la loi de variation en fonction du cube de la hauteur dans cette zone;

— La zone des hauteurs d'aériens pour laquelle le champ varie peu avec la hauteur augmente énormément lorsque la distance augmente [le rapport des hauteurs limites augmente comme le cube de la distance, dans les formules (26) et (27)]. L'expérience justifie très bien ce résultat.

— Il semble que la hauteur limite supérieure h_L donnée par la formule (27) soit inférieure à la hauteur limite supérieure déduite des courbes 1. En se reportant à l'annexe II, on peut voir que cette circonstance est probablement due au fait que la formule (27) n'est obtenue que pour des valeurs infiniment grandes du paramètre de diffraction

$$u = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{\pi d^3}{\lambda}}.$$

Le développement limité n'est pas valable pour de trop petites valeurs de ce paramètre. C'est ainsi que le gain de hauteur est supérieur au rapport $\left(\frac{v}{2\pi u}\right)^3$ lorsque u est faible ($u = 5$ à la distance de 200 km). L'écart entre les courbes 1 et 2 doit donc diminuer lorsque la distance augmente.

4.3. Loi de propagation.

La loi de propagation se déduit des mesures concernant la variation lente du champ observé en fonction du temps. Ces mesures fournissent des « *courbes de propagation* » dans lesquelles on porte en ordonnée le logarithme d'un champ déterminé E et en abscisse le pourcentage de temps pendant lequel le champ mesuré a été trouvé supérieur à E. Ces courbes mettent en évidence des propagations normales et des propagations anormales.

4.3.1. Définition. — Par définition, une propagation sera dite *normale* si la probabilité de présence d'une valeur de champ déterminé E suit la loi normale de Gauss en fonction de cette valeur E.

La probabilité maximum correspond au champ « *médian* ».

Les courbes de propagation sont, en général, tracées sur des feuilles pour lesquelles l'échelle des abscisses a été déterminée de façon qu'une loi de distribution normale soit représentée par une droite.

4.3.2. Résultat des mesures de la F. F. C. — On a constaté que la distribution des champs troposphériques suit à peu près la loi normale pour des pourcentages de temps compris entre 1 et 99 % du temps, et ne s'en écarte notablement que pour des pourcentages de temps extérieurs à cet intervalle.

La loi de propagation est déterminée probablement par la diffusion due à la turbulence à l'intérieur de la troposphère et même, pour les longueurs d'onde élevées, dans les couches de l'ionosphère.

En admettant une répartition normale, la loi de propagation est donc définie par la valeur du champ médian et par le rapport R des valeurs de champs dépassées pendant les pourcentages extrêmes 1 et 99 % du temps.

La courbe de la figure 25 indique la valeur R_0 de ce rapport pour une fréquence de 100 Mc; elle est tirée des valeurs fournies par le document 201 du C. C. I. R., mentionné plus haut.

Cette courbe montre que l'instabilité des champs passe par un maximum à une certaine distance. Nous verrons, dans l'annexe III, page 273, une interprétation possible de cette remarque, due à la nature des champs de turbulence.

On voit, en outre, que le champ devient remarquablement stable aux grandes distances; en particulier, à 1000 km, la valeur du champ reste

comprise dans un écart de 5 dB pendant un pourcentage de temps égal à 98 % du temps total.

Le rapport R augmente lorsque la longueur d'onde diminue. Il est donné par la formule :

$$(34)\qquad R = R_0 + 40\log_{10}\frac{3}{\lambda},$$

R_0 ayant la valeur fournie, en fonction de la distance, par la courbe de la figure 25.

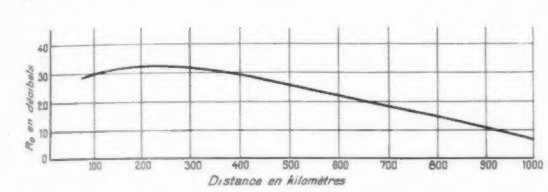


Fig. 25. — Courbe donnant le paramètre de distribution de la loi normale en fonction de la distance, à 100 Mc.

Le rapport mis en ordonnée est le rapport entre le champ maximum dépassé pendant 1 % du temps au champ maximum dépassé pendant 99 % du temps.

4.3.3. Procédés de diversité. — La formule (34) n'est naturellement valable que lorsque la réception a lieu pour une seule fréquence émise et avec un seul aérien récepteur.

La valeur du rapport R, caractérisant la stabilité des champs, est considérablement diminuée par les procédés de *diversité* d'espace (avec plusieurs aériens), de fréquence et même de temps (en régime d'impulsion).

Cette diminution est d'autant plus marquée que le nombre de réceptions élémentaires de la diversité est important.

4.4. Variations du gain des aériens.

Dans tout ce qui précède, nous avons toujours supposé que le gain de chaque antenne reste toujours égal à la valeur du gain mesuré en espace libre.

4.4.1. Étude expérimentale de la baisse de gain. — On fait actuellement, aux États-Unis, des études sur le gain réel des antennes; elles ont conduit à montrer que l'on ne parvient pas toujours à obtenir les valeurs de gain en espace libre, surtout lorsque intervient la dispersion troposphérique à grande distance; les gains apparents des antennes d'émission et de réception dépendent, en outre, l'un de l'autre et dépendent également du trajet de propagation dans des conditions données.

Les courbes de la figure 26 indiquent, pour la fréquence de 100 Mc, le résultat préliminaire de cette étude dans deux cas de propagation pour lesquels les horizons des deux antennes sont séparés de 500 et de 900 km.

On voit, sur ces courbes, que la diminution du gain d'une antenne s'accentue avec la distance, avec la valeur de son gain maximum en espace libre et avec la valeur du gain maximum en espace libre de l'antenne associée.

4.4.2. Explication de la baisse de gain. — La diminution du gain d'une antenne est essentiellement due à la nature des champs de turbulence.

En effet, les champs de diffraction, y compris les champs en espace libre, sont engendrés par des sources d'excitation de *surface* et sont obligatoirement représentés à grande distance par une onde plane, homogène, indéfinie devant la surface d'embouchure de l'aérien récepteur.

La notion de gain en espace libre, s'appliquant à cette onde plane, est donc conservée quelle que soit la nature des sources d'excitation de surface.

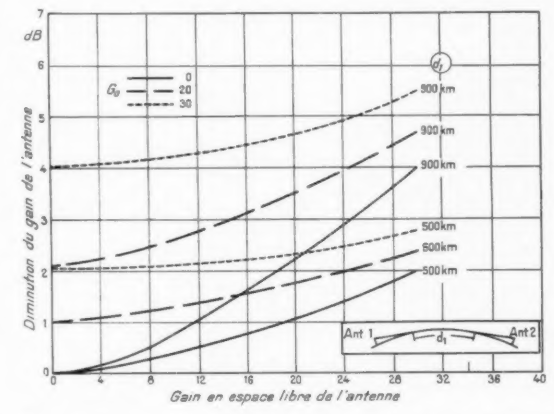


Fig. 26. — Courbes donnant la diminution du gain d'une antenne en fonction de la valeur du gain de celle-ci en espace libre, d'après les mesures de la F. F. C.

Ces courbes sont tracées pour trois valeurs particulières du gain G_0 de l'autre antenne : Courbes en traits pleins, $G_0 = 0$; Courbes en tirets, $G_0 = 20$; Courbes en pointillés, $G_0 = 30$.

Remarque. — Les gains dont il est question dans ces courbes sont les gains par rapport à une antenne isotrope. On obtiendra la valeur du gain par la formule

$$G = G_0 - 2{,}15.$$

Ces courbes sont tracées exclusivement pour la fréquence de 100 Mc.

Par contre, les champs de turbulence, engendrés par des sources d'excitation réparties dans le *volume* commun des points situés à l'intérieur des fais-

ceaux des aériens émetteur et récepteur, ne peuvent pas être représentés, même aux grandes distances, par une onde plane, homogène, indéfinie.

La déformation de la surface d'onde est équivalente à une baisse de gain de l'aérien (8).

4.4.3. Causes physiques de la baisse de gain. — Cette baisse de gain de l'aérien augmente beaucoup lorsque la longueur d'onde diminue.

Elle dépend, en outre, de trois facteurs :

α. *Conditions météorologiques locales.* — Dans les périodes de faible turbulence, le gain doit se conserver.

Dans les périodes de forte turbulence, il doit beaucoup diminuer.

β. *Nature du terrain entre l'émetteur et le récepteur.* — La baisse de gain dépendra, par suite, de la période de l'année où s'effectue la propagation. Elle doit être accentuée au printemps et durant l'été.

γ. *Valeur absolue du gain maximum de chaque aérien en espace libre.* — La déformation de la surface d'onde joue, en effet, un rôle beaucoup moins important lorsque la surface effective d'embouchure de l'aérien est faible.

Cette circonstance est indépendante de la nature de la turbulence de l'atmosphère.

Elle explique les phénomènes qui sont constatés, en particulier aux fréquences élevées, lors de la comparaison entre les puissances reçues aux mêmes instants par deux aériens dont les gains maxima en espace libre sont très différents; cette comparaison peut s'effectuer avec le même récepteur au moyen d'une commutation manuelle ou automatique.

On peut ainsi séparer les conséquences que présentent, sur la puissance reçue, la baisse du gain des antennes ou les fluctuations dues à la loi de propagation.

Lors des périodes de temps où la puissance reçue est relativement importante, on constate que les écarts entre les puissances reçues par chacun des deux aériens sont notables et peuvent même correspondre à la différence entre les gains maxima en espace libre.

Lors des périodes de temps où la puissance reçue est faible, on constate que ces écarts diminuent considérablement.

Ils arrivent parfois à s'annuler, c'est-à-dire que l'antenne dont le gain maximum en espace libre est le plus grand reçoit, quelle que soit son orientation, au maximum, autant de puissance que l'autre.

Ces phénomènes, en apparence surprenants, sont provoqués par la déformation des surfaces d'onde due à la nature particulière des champs de turbulence.

(8) *Voir* : MM. Gutton et Ortusi, *Sur le rendement maximum d'un projecteur d'onde* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 214, 1942, p. 736).

ANNEXE I.

THÉORIE DE LA PROPAGATION DITE SUR UNE LAME DE COUTEAU.

Dans cette théorie, on assimile la terre à un plan indéfini (compte tenu des corrections de hauteur dues à la courbure de la terre) et la montagne est supposée composée d'une plaque absorbante de largeur infinie et dont la hauteur est égale à la hauteur effective H de la montagne.

On désignera par h_1 et h_2 les hauteurs respectives des aériens d'émission et de réception et

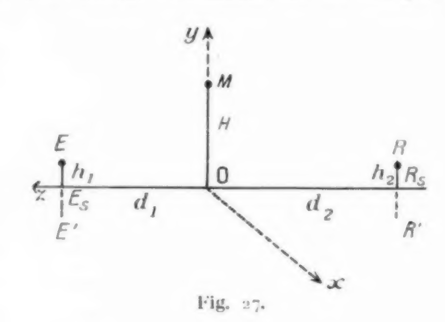


Fig. 27.

par d_1 et d_2 les distances correspondantes au pied de la montagne (on a $d = d_1 + d_2$) (*fig.* 27).

Notations. — Pour simplifier ultérieurement l'écriture, on utilisera les notations suivantes (9) :

$$E_0 = \frac{7\sqrt{WG_E}}{d},$$

E_0, champ rayonné en espace libre;

$$m = \frac{\sqrt{\pi E}}{E_0},$$

E, champ réel reçu en R;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

(9) On remarquera que, par souci d'allègement, les notations d_1, d_2, h_1, h_2 et k sont différentes des notations du texte principal.

λ, longueur d'onde;

$$\alpha = \sqrt{\frac{kd}{2 d_1 d_2}};$$
$$u = \alpha H,$$

u, paramètre de diffraction ;

$$v = \alpha \frac{d_1 h_2 + d_2 h_1}{d},$$

$$v' = \alpha \frac{d_1 h_2 - d_2 h_1}{d};$$

$$w = \frac{k}{2} \frac{(h_1 - h_2)^2}{d}, \qquad w' = \frac{k}{2} \frac{(h_1 + h_2)^2}{d};$$

$$\varphi = \frac{k h_1 h_2}{d}, \quad \text{angle de réflexion entre } E \text{ et } R;$$

$$\varphi_1 = \frac{k h_1 H}{d}, \quad \text{angle de réflexion entre } E \text{ et } M;$$

$$\varphi_2 = \frac{k h_2 H}{d}, \quad \text{angle de réflexion entre } R \text{ et } M.$$

Ces angles sont reliés à u et v par les relations :

$$\text{(A.1)} \qquad \begin{cases} w' - w = v^2 - v'^2 = 2\varphi, \\ u(v - v') = \varphi_1, \\ u(v + v') = \varphi_2. \end{cases}$$

On utilisera la fonction $f(x)$ définie par l'intégrale

$$f(x) = \int_x^{\infty} e^{-it^2}\,dt.$$

Il est facile de montrer, par une intégration par parties, que le développement en série de $f(x)$, lorsque x est plus grand que 1, est :

$$f(x) = \frac{-i\,e^{-ix^2}}{2x} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \frac{1.3\ldots(2n-1)}{(2ix^2)^n}.$$

On a, par ailleurs :

$$f'(x) = e^{-ix^2},$$
$$f''(x) = -2ix\,e^{-ix^2}.$$

Lorsque $x \to 0$,

$$f(x) \to \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}.$$

Lorsque $x \to -\infty$,

$$f(x) \to \sqrt{\pi}\, e^{i\frac{\pi}{4}}.$$

1. Formules de Kottler.

Considérons la surface verticale contenant la plaque absorbante. Soit Oxy les axes de coordonnées dans ce plan, Ox étant perpendiculaire à ER. Soit C la parallèle à Ox menée par M et S la surface du plan de la plaque située au-dessus de M (*fig.* 27).

En désignant par $\vec{E}_r$ et $\vec{H}_r$ les champs existant sur la surface S, on sait que le champ reçu $\vec{E}_1$ en R, provenant de l'émetteur en E, est donné par la formule de Kottler :

$$4\pi \vec{E}_1 = \frac{1}{ik} \int_C \overrightarrow{\text{grad}}\,\psi \left(\vec{H}_r\,\vec{ds}\right) + \int_C \psi\,\vec{E}_r \times \vec{ds} + \iint_S \left(\psi \frac{d\vec{E}_r}{dn} - \vec{E}_r \frac{d\psi}{dn}\right) dS$$

en posant :

$$\psi = \frac{e^{-ikr_2}}{r_2},$$

r_1 et r_2 désignant les distances d'un point $P(x, y)$ de la surface S à l'émetteur et au récepteur.

Influence des intégrales de contour. — On peut montrer que l'influence des intégrales de contour est nulle dans les deux cas de polarisation :

a. En polarisation horizontale, lorsque $d_1 \gg H$, le vecteur $\vec{E}_r$ est parallèle à Ox et le vecteur $\vec{H}_r$ perpendiculaire. Il en résulte que les deux intégrales sont nulles simultanément.

b. En polarisation verticale, le vecteur $\overrightarrow{\text{grad}}\,\psi$ est vertical et $\vec{H}_r$ parallèle à Ox. Le vecteur $\overrightarrow{\text{grad}}\,\psi$, dirigé suivant RP, est à peu près parallèle à Oz. On a, d'ailleurs :

$$\left|\overrightarrow{\text{grad}}\,\psi\right| = -\frac{d\psi}{dz} = ik\psi.$$

De plus,

$$\left|\vec{E}_r\right| = \left|\vec{H}_r\right| = \frac{E_0}{r_1}(d_1 + d_2)\,e^{-ikr_1}.$$

Il en résulte que les composantes élémentaires des deux intégrales de contour sont égales en valeur absolue; la première est dirigée dans le sens Oz lorsque $\vec{E}_r$ est dirigée dans le sens Oy et la composante de la deuxième intégrale est dirigée dans le sens opposé.

L'intégrale totale de contour est donc nulle. Il en résulte que la présence de la montagne *ne change pas la polarisation de l'onde reçue.*

2. Calcul du champ reçu.

Désignons par r_1 et r_2 les distances

$$r_1 = EP, \qquad r_2 = RP.$$

Par un développement limité en x et y, il est facile de montrer que l'on a :

$$r_1 = d_1\left[1 + \frac{x^2 + (y - h_1)^2}{2d_1^2}\right],$$

$$r_2 = d_2\left[1 + \frac{x^2 + (y - h_2)^2}{2d_2^2}\right].$$

Par ailleurs, on a :

$$\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}n} = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}z} = -ik\frac{e^{-ikr_2}}{r_2} = -ik\psi.$$

De même :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{E}_r}{\mathrm{d}n} = -\frac{\mathrm{d}\vec{E}_r}{\mathrm{d}z} = ik\vec{E}_r.$$

On a donc :

$$4\pi\vec{E}_1 = 2ik\iint_S \psi\vec{E}_r\,\mathrm{d}S.$$

c'est-à-dire, en tenant compte des valeurs de r_1 et r_2,

$$E_1 = -\frac{ikE_0(d_1 + d_2)}{2\pi}e^{-ik(d_1+d_2)}$$

$$\times\iint_S \frac{1}{r_1 r_2}e^{-i\alpha^2x^2}e^{-ik\left[\frac{(y-h_1)^2}{2d_1} + \frac{(y-h_2)^2}{2d_2}\right]}dx\,dy.$$

Il est facile, avec les notations proposées, de voir que l'on a :

$$k\left[\frac{(y-h_1)^2}{2d_1} + \frac{(y-h_2)^2}{2d_2}\right] = \alpha^2\left(y - \frac{v}{\alpha}\right)^2 + w.$$

D'où la valeur de E_1, en négligeant les variations de r_1 et r_2 en dehors des exponentielles :

$$E_1 = -\frac{iE_0\alpha^2}{\pi}e^{-i[w+k(d_1+d_2)]}$$

$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-i\alpha^2x^2}\,\mathrm{d}x\int_H^{+\infty}e^{-i\alpha^2\left(y-\frac{v}{\alpha}\right)^2}\mathrm{d}y.$$

La première intégrale, après changement de variable $t = \alpha x$, donne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-i\alpha^2x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\alpha}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-it^2}\,\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{\alpha}f(-\infty) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}e^{-i\frac{\pi}{4}}.$$

La deuxième intégrale, après changement de variable $t = \alpha\left(y - \frac{v}{\alpha}\right)$ donne :

$$\int_H^{+\infty}e^{-i\alpha^2\left(y-\frac{v}{\alpha}\right)^2}dy = \frac{1}{\alpha}\int_{u-v}^{+\infty}e^{-it^2}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\alpha}f(u-v).$$

On obtient donc :

$$E_1 = -ie^{-i\left[\frac{\pi}{4}+k(d_1+d_2)\right]}\frac{E_0}{\sqrt{\pi}}f(u-v)e^{-iw},$$

c'est-à-dire :

$$\sqrt{\pi}\frac{E_1}{E_0} = -ie^{-i\left[\frac{\pi}{4}+k(d_1+d_2)\right]}f(u-v)e^{-iw}.$$

Pour obtenir la valeur du champ total, il faut ajouter à E_1 le champ provenant des images respectives E' et R' de E et de R par rapport au sol.

Le champ reçu directement en R en provenance de E' est obtenu en remplaçant h_1 par $-h_1$ dans les formules, c'est-à-dire en changeant v en v' et w en w'.

Le champ reçu en R' en provenance de E est obtenu en remplaçant h_2 par $-h_2$ dans les formules, c'est-à-dire en changeant v en $-v'$ et w en w'.

Le champ reçu en R' en provenance de E' est obtenu en remplaçant h_1 et h_2 par $-h_1$ et $-h_2$ dans les formules, c'est-à-dire en changeant v en $-v$ et en gardant w.

On a donc le champ total, en désignant par μ_1 et μ_2 les coefficients de réflexion dans les zones de réflexion entre E et M et entre R et M.

$$m = |f(u-v)e^{-iw} + \mu_1 f(u-v')e^{-iw'}$$

$$+ \mu_2 f(u+v')e^{-iw'} + \mu_1\mu_2 f(u+v)e^{-iw}|.$$

En tenant compte des relations (A.1), il vient :

$$\text{(A.2)}\quad m = |f(u-v) + \mu_1 f(u-v')e^{-2i\varphi}$$

$$+ \mu_2 f(u+v')e^{-2i\varphi} + \mu_1\mu_2 f(u+v)|.$$

On voit ainsi que, dans le cas général, le champ reçu est calculé à partir de la fonction $f(x)$ dont les valeurs sont fournies par les courbes de la figure 14. Pour une raison de simplification, on a porté sur ces courbes la fonction proportionnelle

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{i}{\pi}}f(x).$$

3. Cas particulier de propagation.

3.1. Cas où les coefficients de réflexion sont nuls. — On a alors :

$$m = |f(u-v)|.$$

Supposons, par exemple, que $h_1 = h_2 = H$. On a, quels que soient d_1 et d_2, $u = v$ et, par suite,

$$m = \sqrt{\pi}\frac{E}{E_0} = \sqrt{\pi}\frac{1}{2}.$$

Le champ reçu est la moitié du champ en espace libre.

Supposons également que h_1 et h_2 soient très grands et que H soit très petit. On a $u \to 0$ et $v \to +\infty$. Il en résulte $m = \sqrt{\pi}$. Le champ obtenu est égal au

champ reçu en espace libre. Cette remarque nous montre le continuum parfait qui existe entre la théorie de la diffraction par des sources d'excitation de surface et la théorie de la propagation en espace libre. Quelle que soit la position d'un plan P, la considération du champ rayonné dans le plan P est suffisante pour déterminer le champ reçu. Lorsque la portion excitée directement du plan P augmente indéfiniment, le champ reçu, calculé par la théorie de la diffraction, tend vers la valeur du champ reçu en espace libre. Cette remarque sera utile dans le calcul de l'annexe II.

3.2. Cas où les hauteurs de l'émetteur et du récepteur sont faibles. — On suppose que v, v' et φ sont très petits devant l'unité.

On supposera, en outre, étant donné la petitesse des angles d'incidence, que les coefficients de réflexion sont égaux à -1.

Effectuons alors un développement en série de Taylor des fonctions introduites dans la formule (A.2).

On a :

$$f(u-v)+f(u+v)=2f(u)+v^2 f''(u),$$
$$f(u-v')+f(u+v')=2f(u)+v'^2 f''(u),$$
$$e^{-2i\varphi}=1-2i\varphi.$$

D'où la valeur de m

$$m=\left|-4i\varphi f(u)+(v^2-v'^2)f''(u)\right|.$$

En tenant compte de la relation (A.1) et de la valeur de $f''(u)$, on a :

$$m=2\varphi\left|2f(u)+2u\,e^{-iu^2}\right|.$$

Posons, selon les notations des courbes de la figure 14 :

$$\psi(u)=\sqrt{\frac{i}{\pi}}f(u)\equiv a(u)\,e^{-iu^2}\,e^{-i\theta(u)}.$$

On obtient

$$\frac{E}{E_0}=2\varphi y. \tag{A.3}$$

avec

$$y=2\left|u\sqrt{\frac{i}{\pi}}+a\,e^{-i\theta}\right|.$$

La relation (A.3) montre que le facteur d'affaiblissement est égal à la somme du facteur d'affaiblissement obtenu en l'absence de la montagne (égal à $20\log_{10}2\varphi$) et du gain procuré par la présence de la montagne. Ce dernier gain $20\log_{10}y$, fonction seulement du paramètre de diffraction u, ne dépend que de la position et de l'altitude de la montagne. Il est indépendant de la hauteur des aériens d'émission et de réception.

La courbe donnant y en fonction de u (tirée des courbes de la figure 14) est représentée sur la figure 28.

La courbe est toujours située au-dessus de son asymptote

$$y=\frac{2}{\sqrt{\pi}}u.$$

Pour $u\to 0$, $y\to 1$, avec un développement limité de la forme

$$y=1+\frac{4u^3}{3\sqrt{2\pi}}.$$

Pour $u\to+\infty$,

$$y\sim\frac{2u}{\sqrt{\pi}}+\frac{1}{4\sqrt{\pi}u^3}.$$

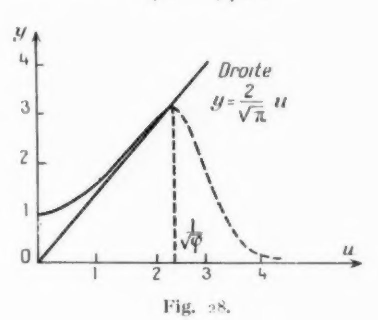


Fig. 28.

Toutefois, dans ce cas, le développement en série n'est plus valable lorsque la valeur de u est de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$. Aussi, la courbe réelle présente un maximum pour une valeur de u voisine de $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$ et décroît ensuite très rapidement jusqu'à zéro (courbe en pointillé de la figure 28).

La courbe de la figure 28 souligne un fait en apparence paradoxal. Lorsque l'émetteur et le récepteur sont peu élevés, la présence d'une colline entre eux augmente *toujours* la valeur du champ reçu et, jusqu'à une certaine limite, cette augmentation est d'autant plus grande que la montagne est élevée. Ce fait s'interprète physiquement de la manière suivante :

La présence de la colline introduit une perte par diffraction toujours défavorable. Par contre, elle augmente artificiellement l'angle d'incidence des rayons utiles et, lorsque le facteur de réflexion est important, ce phénomène fait plus que compenser la perte par diffraction.

Par ailleurs, si l'on fait, dans les formules (A.3), les hypothèses $h_1=h_2=H$, on voit que y est très légèrement supérieur à 1. Contrairement au cas du

paragraphe précédent, la présence de la colline n'introduit plus une perte de 6 dB.

3.3. Cas où la hauteur de la montagne est grande devant la hauteur moyenne des aériens. — Ce cas diffère du cas précédent pour trois raisons :

— D'une part, dans le cas précédent, la hauteur de la montagne pouvait être aussi très petite et même plus petite que la hauteur moyenne des aériens ($u < v$);

— D'autre part, dans le cas actuel, les hauteurs des aériens peuvent être relativement grandes (v et v' sont de l'ordre de l'unité);

— De plus, les coefficients de réflexion sont quelconques.

On suppose essentiellement que H est grand devant h_1 et h_2; par exemple $u > 3\,v$.

On suppose, en outre, que u est suffisamment grand pour que le développement limité de $f(x)$ pour $x \to +\infty$ soit valable ($u > 2$).

Ce développement est de la forme

$$f(x) \sim \frac{-i\,e^{-ix^2}}{2x}.$$

En négligeant les variations de x en dehors de l'exponentielle, la formule (A.2) devient :

$$\text{(A.4)}\quad m = \frac{1}{2u}\left[e^{-i(u-v)^2} + \mu_1 e^{-i(u-v')^2} e^{-2i\varphi} + \mu_2 e^{-i(u+v')^2} e^{-2i\varphi} + \mu_1\mu_2 e^{-i(u+v)^2}\right].$$

En divisant par $e^{-i(u-v)^2}$ et en tenant compte des relations (A.1), on a finalement :

$$m = \frac{1}{2u}\left[1 + \mu_1 e^{-2i\varphi_1} + \mu_2 e^{-2i\varphi_2} + \mu_1\mu_2 e^{-2i(\varphi_1+\varphi_2)}\right]$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$\text{(A.5)}\quad \frac{E}{E_0} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\,u}\left[1 + \mu_1 e^{-2i\varphi_1}\right]\cdot\left[1 + \mu_2 e^{-2i\varphi_2}\right].$$

Cette formule s'interprète très simplement :

— $\frac{1}{2\sqrt{\pi}\,u}$ représente le facteur de diffraction égal au facteur d'affaiblissement lorsque les coefficients de réflexion sont nuls;

— Le terme $1 + \mu_1 e^{-2i\varphi_1}$ représente le facteur de réflexion introduit dans une propagation fictive effectuée entre l'émetteur et le sommet de la montagne;

— Le terme $1 + \mu_2 e^{-2i\varphi_2}$ représente le facteur de réflexion introduit dans une propagation fictive effectuée entre le sommet de la montagne et le récepteur.

Remarques. — *a.* Il importe de remarquer que la formule (A.5) n'est valable que lorsque v est petit devant u.

Elle ne s'applique pas lorsque u et v sont voisins, c'est-à-dire lorsque la hauteur de la montagne est voisine de la moyenne des hauteurs des aériens.

b. Il est facile de vérifier que les formules (A.3) et (A.5) sont bien identiques, lorsque les coefficients de réflexion sont égaux à -1, quand les hypothèses communes à l'application des deux formules sont vérifiées.

Supposons les hauteurs d'aériens faibles (φ petit) et la hauteur de la montagne suffisamment élevée pour que u soit supérieur à 1 mais telle, néanmoins, que les angles de réflexion φ_1 et φ_2 restent petits.

Les formules (A.3) donnent

$$\frac{E}{E_0} \sim 2\varphi\,\frac{2u}{\sqrt{\pi}}.$$

Les formules (A.5) donnent

$$\frac{E}{E_0} \sim \frac{2}{\sqrt{\pi}\,u}\,\varphi_1\varphi_2.$$

La relation $2\varphi u^2 = \varphi_1\varphi_2$, tirée immédiatement des relations (A.1), montre que ces deux valeurs sont identiques.

Cette relation indique, en outre, que la partie en traits pleins de la courbe de la figure 28 est valable tant que les angles de réflexion φ_1 et φ_2 sont inférieurs à 1 rad. La partie pointillée correspond à des angles φ_1 ou φ_2 supérieurs.

ANNEXE II.

APPLICATION DE LA THÉORIE DE LA DIFFRACTION PAR UNE SURFACE D'EXCITATION A LA DÉTERMINATION DES CHAMPS DERRIÈRE L'HORZION.

On admettra, dans cette théorie, l'existence d'une atmosphère standard, c'est-à-dire que le champ reçu est égal au champ obtenu dans le vide mais en prenant un rayon de la terre égal au $\frac{4}{3}$ du rayon réel. Les surfaces de phase, dans la propagation en espace libre, seront encore, dans ces conditions, des sphères centrées sur l'émetteur, comme dans l'annexe I.

1. Principe général. Avantage mathématique.

1.1. Inconvénients de l'utilisation de l'équation de propagation. — Nous avons vu, page 251, l'inconvénient principal de la méthode classique qui

consiste à résoudre l'équation de propagation au-dessus de la sphère fictive. Il réside dans le fait que les conditions aux limites formant une multiplicité donnée de cette équation aux dérivées partielles, sont appliquées sur la surface de la terre.

Aux courtes distances, le champ reçu varie relativement peu avec la hauteur des aériens, mais, lorsque la distance derrière l'horizon augmente, le champ au voisinage du sol devient très petit devant le champ reçu à la même distance à une hauteur correspondant aux conditions de visibilité. La multiplicité donnée correspond donc à des valeurs de la fonction infiniment petites devant les valeurs moyennes. Elle s'écarte fortement de la multiplicité caractéristique de l'équation de propagation formée par les données de la fonction le long du cône des tangentes à la sphère mené par l'émetteur. Il en résulte que le problème de Cauchy (solution comprenant une multiplicité donnée) ne peut plus être résolu que par des séries de moins en moins convergentes.

Afin d'éviter cet inconvénient majeur, puisque de petites variations sur les conditions aux limites entraînent de grandes variations sur la fonction, on peut penser à rechercher une multiplicité différente de celle qui correspond aux conditions aux limites sur la surface de la terre.

Cela n'est pas possible avec l'équation de propagation sous sa forme actuelle et il est ainsi nécessaire de la représenter sous une forme d'équation intégrale fournissant les données du champ sur une surface différente de la surface de la terre.

Le principe d'Huyghens fournit le cadre convenable pour cette transformation.

1.2. Sources d'excitation de surface. — Considérons, en effet, un plan quelconque indéfini, P, coupant la droite ER entre ces deux points. D'après le principe d'Huyghens, la connaissance du champ en tout point de ce plan permet de déterminer le champ reçu sous forme d'intégrales simples ou doubles. L'équation intégrale à résoudre consiste précisément à connaître ce champ. Les conditions aux limites de cette équation doivent être appliquées aux courbes de séparation entre les zones du plan P où le champ est connu et celles où il reste inconnu.

Par ailleurs, supposons que l'on applique les formules de Kottler (forme vectorielle des formules d'Huyghens) au champ incident connu, différent du champ réel, régnant sur une certaine surface S du plan P.

On peut montrer ([10]) que le champ diffracté en R tend vers le champ reçu réel lorsque les dimensions de la surface S augmentent indéfiniment devant la longueur d'onde.

Ceci posé, dans le cas actuel, le plan P peut être divisé en trois zones (*fig.* 29) :

a. Une première zone située en visibilité directe avec l'émetteur et le récepteur.

Dans cette zone, l'amplitude du champ varie peu avec la hauteur; par contre, la phase subit des variations rapides pour des distances de l'ordre de la longueur d'onde lorsque l'angle d'incidence est suffisant.

b. Une deuxième zone située au-dessus de la terre, en dehors des conditions de visibilité. Au voisinage de la ligne de séparation avec la première zone, l'amplitude du champ subit une diminution brusque pour une variation de hauteur de l'ordre de la dimension verticale de la deuxième zone, mais une diminution petite pour une variation de hauteur de l'ordre de la longueur d'onde; la phase subit une variation analogue à celle de la première zone.

c. Une troisième zone située en dessous de la surface de la terre.

Lorsque l'on connaît la valeur du champ dans l'une de ces zones, on peut penser, pour résoudre l'équation intégrale, chercher à obtenir la valeur du champ dans la zone voisine sous la forme d'un développement limité autour de la ligne de séparation.

Une application de la méthode classique qui consisterait à effectuer ce développement limité au voisinage de la surface de la terre présente l'inconvénient de fournir des valeurs initiales trop faibles de la fonction inconnue.

Il est donc naturel de chercher à obtenir un développement limité autour de la ligne de séparation entre la première et la deuxième zone.

La variation d'amplitude du champ s'effectuant pour une diminution de hauteur grande devant la longueur d'onde, on peut s'attendre, par suite de la variation rapide de la phase, à ce que les intégrales correspondant aux sources de la première et de la deuxième zone présentent une partie principale du développement égale et opposée. La surface d'excitation se présente, en effet, sous la forme d'une série de fuseaux horizontaux, composés de sources d'amplitude peu variable et alternativement positives et négatives.

Il en résulte que, seul, le second terme du développement limité fournira une contribution au calcul du champ diffracté.

Lorsque la distance est grande, ce terme sera toutefois très supérieur au champ régnant au voisi-

([10]) *Voir* J. Ortusi, *Thèse* (*Ann. de Radioélectricité*, octobre 1945, p. 104).

nage de la surface de la terre; dans ces conditions, la discontinuité qui existe entre les valeurs du champ dans la deuxième et la troisième zone pourra être négligée, la modification qu'elle entraîne dans la résolution de l'équation intégrale étant très petite devant la valeur du second terme du développement limité.

On pourra alors, suivant une remarque précédente [10] supposer que la deuxième zone s'étend indéfiniment au-dessous de la première.

On peut ainsi espérer obtenir une formule qui soit, dans une grande mesure, indépendante des variations dues à la nature et aux irrégularités du terrain; la courbure de la terre n'intervient plus que pour imposer la ligne de séparation entre la première et la deuxième zone, autour de laquelle s'effectue le développement limité du champ d'excitation.

2. Calcul du champ diffracté.

2.1. Choix de la surface d'excitation. — Nous avons vu que la surface d'excitation pouvait être choisie arbitrairement entre E et R. Il est,

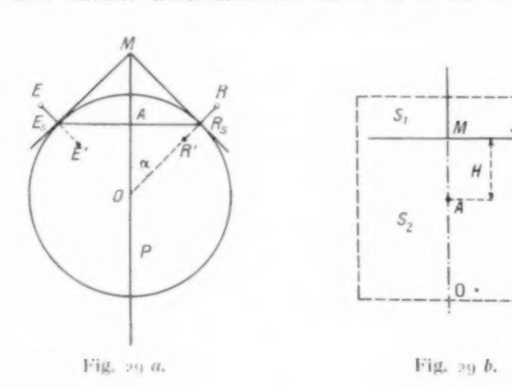


Fig. 29 *a*. Fig. 29 *b*.

toutefois, préférable de choisir une surface sur laquelle le champ incident d'excitation, dans la première zone, présente une valeur simple. C'est ainsi que nous prendrons, comme surface d'excitation, le plan vertical équidistant des points E et R.

Soient E_s, R_s et E', R' respectivement les projections sur le sol et les images de l'émetteur et du récepteur.

Considérons le plan P passant par le centre de la terre et normal à la droite $E_s R_s$ (*fig.* 29); soit A l'intersection de ce plan avec la droite $E_s R_s$.

Représentons (*fig.* 29 *b*) l'intersection Mx des plans tangents en E_s et R_s à la sphère avec le plan P.

Mx est normale au plan de la figure 29 *a*. La droite Mx délimite, dans le plan P, deux surfaces S_1 et S_2.

Nous reprendrons les notations de l'annexe I; en particulier, nous poserons $AM = H$. Par contre, les valeurs de d_1 et de d_2 seront égales à $\frac{d}{2}$; $\left(d_1 = d_2 = \frac{d}{2}\right)$.

Calculons d'abord, selon la méthode employée dans l'annexe I, le champ reçu directement E_1 en R en l'absence de réflexions.

Ce champ est donné par les deux intégrales :

$$4\pi \vec{E}_1 = 2ik \iint_{S_1} \psi \vec{E}_r \, \mathrm{d}S_1 + 2ik \iint_{S_2} \psi \vec{E}_r \, \mathrm{d}S_2.$$

Ce calcul, comme on l'a vu dans l'annexe I, est indépendant de la forme de la surface de réflexion dont le seul rôle peut être de modifier, par le facteur de réflexion, le champ incident sur la surface S_1. Les paramètres du calcul, comme, par exemple, le *paramètre de diffraction u*, sont constitués par les distances d_1 et d_2 et par les hauteurs relatives des points E, R, M et A représentées par les notations de l'annexe I et des valeurs des champs d'excitation que l'on obtient dans les surfaces S_1 et S_2.

Dans le calcul de l'annexe I, nous avions supposé que la surface S_1 est excitée par le rayonnement direct de l'émetteur suivant le procédé habituellement employé dans le calcul des intégrales de Kottler.

Nous avons d'ailleurs vu le cas où la surface S_1 s'étend indéfiniment dans le plan P ($v \to +\infty$). On retrouve alors, par le calcul de diffraction, la valeur classique du champ en espace libre.

Nous ferons ici la même hypothèse en ce qui concerne la surface S_1 en visibilité radioélectrique directe de l'émetteur et du récepteur (zone d'interférence).

Par contre, dans l'annexe I, nous avons supposé que l'excitation est nulle dans la surface S_2 supposée parfaitement absorbante.

Ici cette hypothèse, comme on l'a vu au paragraphe précédent, ne peut plus être maintenue. La surface S_2, bien que située en dehors de la zone de visibilité des points E_s et R_s, est, en effet, excitée par diffraction du rayonnement direct (zone de diffraction).

2.2. Calcul du champ sur la surface S_2. — En désignant par $\vec{E}_D$ le champ créé par le rayonnement direct et par $\vec{E}_{S_2}$ le champ rayonné sur la surface S_2, on posera :

$$\vec{E}_{S_2} = \psi(y)\,\vec{E}_D.$$

La connaissance de la fonction inconnue $\psi(y)$ permet de déterminer le champ au loin.

Le problème consiste, comme nous l'avons envisagé au paragraphe précédent, à déterminer le développement limité de la fonction $\psi(y)$ autour de la valeur $y_0 = AM$. En négligeant l'influence de la discontinuité du champ sur la surface de la terre, on peut aussi, comme on l'a vu, admettre que la surface S_2 s'étend indéfiniment au-dessous du point M.

Effectuons, comme dans l'annexe I, le changement de variable

$$t - v = \alpha y$$

et posons

$$\varphi(t) = \psi\left(\frac{t-v}{\alpha}\right).$$

On voit, en ajoutant à l'intégration sur la surface S_1, calculée dans l'annexe I, l'intégration sur la surface S_2, que le champ diffracté direct est donné par la formule :

$$\text{(A.6)} \quad m(u) = \sqrt{\pi}\,\frac{E_1}{E_0} = e^{-i\left(kd - \frac{\pi}{4} - u^2\right)} \times \left| f(u-v) + \int_{-\infty}^{u-v} \varphi(t)\, e^{-it^2}\, dt \right|.$$

Pour continuer le calcul, nous supposerons d'abord que $u \gg 1$ (nous verrons, dans la conclusion de cette annexe, que cette hypothèse n'est pas restrictive) et nous considérerons d'abord le cas où les hauteurs des aériens sont peu élevées (E et E_0 sont confondus et $v \approx 1$).

Effectuons un développement en série de la fonction $\psi(t)$ autour de la valeur $t = u$

$$\varphi(t) = \varphi(u) + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(t-u)^n}{n!}\,\varphi^{(n)}(u).$$

On voit que l'intégrale de (A.6) comprend deux types d'intégrales

$$I_{2n+1} = \int_{-\infty}^{u} t^{2n+1}\, e^{-it^2}\, dt,$$

$$I_{2n} = \int_{-\infty}^{u} t^{2n}\, e^{-it^2}\, dt.$$

Ces deux types d'intégrales se ramènent par une dérivation sous le signe intégrale, aux deux intégrales élémentaires

$$I_1 = \int_{-\infty}^{u} t\, e^{-it^2}\, dt,$$

$$I_0 = \int_{-\infty}^{u} e^{-it^2}\, dt.$$

De sorte que l'on peut poser :

$$\text{(A.7)} \qquad m(u) = |f(u) + \alpha(u) I_0 + \beta(u) I_1|.$$

Les fonctions $\alpha(u)$ et $\beta(u)$ étant des fonctions définies et bornées.

2.3. Conditions aux limites. — Ces fonctions sont déterminées par les conditions aux limites portant sur la valeur de $m(u)$.

En écrivant que cette fonction est régulière et définie partout, on voit que $\beta(u) = 0$ (la fonction I_1 n'est pas une fonction définie).

En écrivant les conditions aux limites pour $u \to +\infty$, on voit que la condition suivante doit être remplie

$$\text{(A.8)} \qquad u\, m(u) \to 0 \quad \text{quand} \quad u \to +\infty.$$

Ceci posé, on a

$$f(u) \sim \frac{-i\, e^{-iu^2}}{2u} \qquad \text{quand} \quad u \to +\infty,$$

$$I_0 = f(+\infty) - f(u) = \sqrt{\pi}\, e^{-i\frac{\pi}{4}} + \frac{i\, e^{-iu^2}}{2u}.$$

La formule (A.7) devient alors, après multiplication par $-i\, e^{iu^2}$:

$$\text{(A.9)} \quad m(u) \sim \left| -\frac{1}{2u} + \alpha(u)\sqrt{\pi}\, e^{i\left(u^2 - \frac{3\pi}{4}\right)} + \frac{\alpha(u)}{2u} \right|.$$

La condition (A.8) impose la valeur limite de $\alpha(u)$ lorsque $u \to +\infty$.

On a, en annulant les termes du premier ordre en $\frac{1}{u}$ représentant, comme on l'a vu au paragraphe 1.2, les parties principales égales et opposées du rayonnement des surfaces S_1 et S_2, la condition :

$$\alpha(u) \sim \frac{1}{2u\sqrt{\pi}\, e^{i\left(u^2 - \frac{3\pi}{4}\right)}},$$

et, par suite, la formule (A.9) devient, en considérant les termes du second ordre en $\frac{1}{u}$:

$$\text{(A.10)} \qquad m(u) \sim \frac{1}{4u^2\sqrt{\pi}}.$$

En tenant compte des valeurs de d_1 et d_2

$$d_1 = d_2 = \frac{d}{2},$$

on a la valeur de u (*voir* annexe I) :

$$u^2 = \frac{2k}{d} H^2$$

et, par suite,

$$\text{(A.11)} \qquad \frac{E_1}{E_0} = \frac{m(u)}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{4\pi u^2} = \frac{d}{8\pi k H^2}.$$

2.4. Calcul de H. — Le calcul de H s'obtient facilement en considérant le triangle OMR_0 (*fig.* 29 *a*).

En posant :

$$\alpha = \frac{d}{2R},$$

on a :

$$H = AM = OM - OA = \frac{R}{\cos\alpha} - R\cos\alpha;$$

α étant supposé petit, on a :

$$H = R\alpha^2,$$

c'est-à-dire

$$H = \frac{d^2}{4R}.$$

La formule (A.11) devient alors, en remplaçant k par $\frac{\lambda}{2\pi}$:

$$\text{(A.12)} \qquad \frac{E_1}{E_0} = \frac{\lambda R^2}{\pi^2 d^3}.$$

3. **Influence des hauteurs des aériens.**

La formule (A.12) donne le champ diffracté, en l'absence de réflexion, lorsque les points E et E_0, R et R_0 sont respectivement confondus.

Dans le cas général, l'influence de la hauteur des aériens se manifestera de deux façons différentes :

3.1. Cas où les aériens ne sont pas très élevés. — Ce cas est caractérisé par le fait que l'on suppose toujours $v \ll u$. Comme dans l'annexe I, on a en conséquence :

$$\text{(A.13)} \quad \frac{E}{E_0} = \frac{\lambda R^2}{\pi^2 d^3} \left|1 + \rho_1 e^{-2j\varphi_1}\right| . \left|1 + \rho_2 e^{-2j\varphi_2}\right|,$$

où chaque terme entre crochet représente respectivement les facteurs de réflexions de deux propagations fictives effectuées entre E et M et entre R et M. Il est à remarquer que l'angle d'incidence de ces deux propagations est précisément l'angle α.

Deux cas sont possibles selon les valeurs de φ_1 et de φ_2 :

3.2. φ_1 ou φ_2 *sont très petits*, par exemple inférieurs à $\frac{\pi}{4}$.

Cette condition s'écrit, en tenant compte des notations de l'annexe I,

$$\frac{kh_1 H}{d} \quad \text{ou} \quad \frac{kh_2 H}{d} < \frac{\pi}{4},$$

c'est-à-dire

$$\text{(A.14)} \qquad h_1 \quad \text{ou} \quad h_2 < h_l, \qquad \text{avec} \quad h_l = \frac{\lambda R}{2d}.$$

Le champ, dans ce cas, est, lorsque le coefficient de réflexion est égal à -1, proportionnel au rapport $\frac{h_1}{h_l}$ ou $\frac{h_2}{h_l}$.

3.3. φ_1 *ou* φ_2 *sont supérieurs à* $\frac{\pi}{4}$. — Le champ présente alors une série de franges lorsque d varie. Toutefois, il importe de remarquer que le calcul des franges d'interférence dans les surfaces S_1 et S_2 suppose une atmosphère rigoureusement standard. La moindre variation de la répartition de l'indice dû, en particulier, au phénomène de turbulence, suffit à introduire des différences de trajet rendant incertain le calcul des facteurs de réflexion. Il est alors préférable, pour obtenir la valeur médiane des champs, de prendre la valeur moyenne donnée par (A.12) lorsque la hauteur de chaque aérien est supérieure à h_l.

3.4. Cas où les aériens sont relativement élevés. — On supposera que la valeur de v n'est plus infiniment petite devant u. Cette hypothèse est caractérisée par la condition exprimant la variation de phase de la fonction $f(u - v)$

$$\text{(A.15)} \qquad v > \frac{u}{2\pi}$$

lorsque u est suffisamment grand; c'est-à-dire, en tenant compte de la valeur de v donnée aux notations de l'annexe I, page 259, et en tenant compte du fait que $d_1 = d_2$

$$\frac{h_1 + h_2}{2} > \frac{H}{2\pi}.$$

En remplaçant H par sa valeur, la condition (A.15) devient

$$\text{(A.16)} \qquad h_1 + h_2 > h_L, \qquad \text{avec} \quad h_L = \frac{d^2}{4\pi R}.$$

Lorsque la condition (A.15) est remplie, le développement limité de la formule (A.9) n'est pas possible et l'on peut montrer par un développement en série de Laurent autour du pôle $u - v$ des intégrales que $m(u)$ doit être multiplié par une fonction $n(v)$ qui tend vers la valeur $\left(\frac{2\pi v}{u}\right)^3$ lorsque v augmente indéfiniment.

Il en résulte que, lorsque $h_1 + h_2$ est supérieur à h_L, le champ obtenu dépend de la somme des hauteurs des aériens. Le gain dû à la présence des aériens est représenté par une fonction qui tend vers la valeur limite $\left(\frac{h_1 + h_2}{h_L}\right)^3$ lorsque $h_1 + h_2$ augmente indéfiniment.

Ce gain, essentiellement dû au phénomène de diffraction, est évidemment absolument indépendant de la nature et des irrégularités du terrain et, par suite, de la valeur des coefficients de réflexion.

4. Conclusion.

Examinons d'abord l'hypothèse de base, à savoir $u \ll 1$, à partir de laquelle les développements limités sont à peu près valables.

Elle s'écrit :

$$\frac{4R^2\lambda}{\pi d^3} \ll 1$$

ou

$$\text{(A.17)} \qquad d \gg d_L \qquad \text{avec} \quad d_L = \sqrt[3]{\frac{4R^2\lambda}{\pi}}.$$

Cette condition n'est pas restrictive en pratique; en effet, pour la valeur la plus élevée de λ dans la gamme des propagations troposphériques, on a $\lambda = 3$ m et

$$d_L = \sqrt[3]{\frac{4(8,5 . 10^6)^2 3}{\pi}} = 6 . 10^4,$$

soit 60 km.

Les aériens d'émission et de réception étant supposés en dehors de la zone de visibilité radioélectrique, on voit qu'en général d sera bien supérieur à d_L et la théorie précédente pourra s'appliquer.

L'influence de la hauteur des aériens se caractérise par l'existence de trois zones différentes :

4.1. *Lorsque h_1 ou h_2 est inférieur à une valeur limite* $h_l = \frac{\lambda R}{2d}$, le champ décroît proportionnellement au rapport $\frac{h_1}{h_l}$ ou $\frac{h_2}{h_l}$, mais uniquement dans le cas où le coefficient de réflexion dans la zone située au voisinage de l'antenne est égal à — 1.

Dans le cas contraire, il dépend de la nature du terrain.

Cette valeur limite h_l diminue lorsque la distance augmente.

4.2. *Lorsque h_1 et h_2 sont supérieurs à h_l et lorsque la somme des hauteurs des aériens $h_1 + h_2$ est inférieure à une valeur limite* $h_L = \frac{d^2}{4\pi R}$, le champ est *indépendant* de la hauteur des aériens et est donné par la relation

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\lambda R^2}{\pi^2 d^3},$$

E_0 étant la valeur du champ en espace libre.

La hauteur limite h_L augmente comme le carré de la distance.

Elle est presque toujours supérieure à h_l.

En effet, le rapport

$$\text{(A.18)} \qquad \frac{h_L}{h_l} = \frac{d^2}{4\pi R}\,\frac{2d}{\lambda R} = \frac{2}{\pi^2}\left(\frac{d}{d_L}\right)^3 = \frac{1}{5}\left(\frac{d}{d_L}\right)^3$$

est supérieur à 1 lorsque d est supérieur à 1,7 d_L; cette dernière valeur est égale à 100 km pour la gamme de fréquence la plus défavorable ($\lambda = 3$ m).

4.3. *Lorsque la somme des hauteurs des aériens $h_1 + h_2$ est supérieure à h_L*, le champ est proportionnel au cube du rapport $\frac{h_1 + h_2}{h_L}$.

Il est indépendant de la nature et des irrégularités du terrain.

L'examen de la formule (A.18) montre que, lorsque la distance augmente, la différence entre les hauteurs limites supérieure et inférieure augmente énormément et le cas de la zone 4.2 devient de plus en plus le cas général. Il en est de même, dans une mesure moins grande, lorsque la longueur d'onde diminue.

ANNEXE III.

MÉTHODE DE MESURE PARTICULIÈRE DES CHAMPS DE TURBULENCE ET DE LA DURÉE MOYENNE DANS L'ESPACE DES VARIATIONS D'INDICE.

Les champs de turbulence, même s'ils ne sont pas responsables de la valeur médiane du champ troposphérique, sont à l'origine de la loi de propagation, des fading rapides provoqués par une modulation de fréquence parasite et, par suite de leur nature, de la baisse du gain des aériens.

Ils sont produits, comme l'on sait, par les variations erratiques de l'indice de réfraction qui se superposent à la valeur moyenne classique de l'indice donnée par les courbes de profil; celles-ci sont, par exemple, des droites de pente uniforme en atmosphère standard.

1. Variations erratiques de l'indice de réfraction.

Les variations erratiques de l'indice de réfraction sont causées par des phénomènes essentiellement

météorologiques. Ceux-ci sont, entre autres, des variations locales de la température ou de la pression hydrométrique introduisant des variations d'indice corrélatives par application de la loi de Debye.

Les variations erratiques d'indice sont caractérisées par trois grandeurs physiques.

1.1. *La variation quadratique moyenne de l'indice* Δn à l'intérieur d'une zone de turbulence. Dans des conditions atmosphériques normales, cette variation est de l'ordre d'une unité M; le module de réfraction M est égal à $10^6(n-1)$.

1.2. *L'échelle de turbulence* l se déduit de la notion de corrélation entre les phénomènes météorologiques produits en divers points de l'espace.

Elle est définie comme la dimension minimum d'une zone de turbulence à l'extérieur de laquelle les variations d'indice ne sont plus *corrélatives*.

On admet, en général, que cette zone de turbulence est de forme sphérique et l'échelle de turbulence, d'après Booker et Gordon, est comprise au sol entre 10 cm et 10 m, la valeur la plus probable étant de 3 m.

On suppose quelquefois que cette échelle de turbulence ne varie qu'en fonction du temps, et demeure indépendante de l'altitude.

Elle caractérise alors l'état de l'atmosphère au point de vue de la turbulence et permet le calcul du champ de dispersion.

En réalité, cette hypothèse n'est pas vérifiée par l'expérience. Celle-ci effectuée à l'aide de réfractomètres disposés à bord d'aéronefs, bien que délicate à interpréter, semble montrer que l'échelle de turbulence augmente avec l'altitude et atteint plusieurs centaines de mètres ([11]).

Cette augmentation de l'échelle de turbulence s'accompagne d'une diminution importante de la variation quadratique moyenne de l'indice.

Il est alors nécessaire de connaître ces lois de variations pour calculer le champ de turbulence au loin et la détermination de celui-ci s'avère, dans ces conditions, assez incertaine.

1.3. *La durée moyenne, dans l'espace, des variations d'indice.* — Dans les conditions atmosphériques normales, celle-ci est de l'ordre de la seconde. On peut admettre, toutefois, pour expliquer les fading rapides (de l'ordre de 10^{-2} et même de 10^{-3} s) que cette durée moyenne dans l'espace varie, en fonction du temps, d'après une loi de répartition normale dont le paramètre de précision est également de l'ordre de grandeur de la seconde; c'est-à-dire que, pendant des intervalles de temps de 1 % du temps total, la durée moyenne dans l'espace des variations d'indice est de l'ordre du 1/100e de seconde.

2. Calcul du champ de turbulence.

On calcule le champ de turbulence par la méthode habituelle des calculs de diffusion.

Pour cela, on détermine d'abord la zone de la troposphère située à l'intérieur des faisceaux de rayonnement des aériens émetteur et récepteur.

On assimile, dans cette zone, chaque volume élémentaire, ayant la dimension de l'échelle de turbulence, à un dipôle élémentaire excité par une source non corrélative avec sa voisine.

L'intensité de la source est proportionnelle à la variation quadratique moyenne de l'indice Δn; la puissance diffusée est proportionnelle au cube de l'échelle de turbulence l lorsque l'on admet une loi de corrélation exponentielle à l'intérieur de chaque volume élémentaire.

Lorsque les aériens sont identiques, le rapport de la puissance reçue par diffusion à la puissance de l'émetteur est donné par l'une des deux formules suivantes ([12]) :

2.1. *A de courtes distances*, lorsque l'angle formé par les axes des faisceaux est plus petit que l'angle propre des lobes principaux, on a :

$$\frac{W'}{W} = \frac{S}{\lambda d}\, 4\,\overline{\Delta n^2}\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)^3, \qquad \text{(A.19)}$$

où S est la surface des aériens.

2.2. *A de grandes distances*, lorsque l'angle formé par les axes des faisceaux est supérieur à l'angle propre des lobes principaux, on a :

$$\frac{W'}{W} = \frac{\lambda R^2 b}{\pi l d^5}\,\overline{\Delta n^2} \qquad \text{(A.20)}$$

dans laquelle R est le rayon de la terre et b la dimension horizontale des aériens.

3. Emploi d'une méthode de mesure angulaire particulière pour déterminer les champs de turbulence à courte distance.

3.1. PRINCIPE DE LA MESURE. — Le principe de la mesure consiste à séparer le champ de turbu-

([11]) CRAIN, DEAM et GERHARDT, *Measurement of Tropospheric Index* (*Proc. Inst. Radio Eng.*, février 1953, p. 284).

([12]) BOOKER et GORDON, *Radio Scattering in the Troposphere* (*Proc. Inst. Radio Eng.*, avril 1950, p. 408).

lence du champ de diffraction en utilisant les propriétés différentes de ces deux champs.

En particulier :

— Le champ de turbulence varie erratiquement dans le temps, en corrélation avec la durée des variations d'indice, donc avec une durée moyenne de l'ordre de la seconde, tandis que le champ de diffraction reste à peu près constant dans un intervalle de temps très court;

— Lorsque l'aérien d'émission possède un faisceau de rayonnement étroit, le champ de diffraction varie très rapidement dans certaines directions. Au contraire, le champ de turbulence, produit par des sources réparties dans le volume de la troposphère illuminé par le faisceau, ne peut subir une variation aussi importante pour une variation faible de l'angle définissant la direction considérée.

On peut ainsi séparer les effets des deux champs en utilisant une méthode de commutation à la fois rapide et précise effectuée sur le champ rayonné par deux sources horizontales O_1 et O_2 situées dans le plan focal P_{f_0} d'un paraboloïde ou d'un cylindre parabolique (cheese).

Cette commutation est effectuée sur les guides alimentant les deux sources au moyen d'une lampe à réactance spéciale qui fournit un coefficient de transmission U de l'onde circulant dans le guide proportionnel à la tension V appliquée entre ses bornes d'entrée.

Le champ reçu est donné par la formule :

$$(\text{A}.21) \qquad E = \frac{7\sqrt{W G_E}}{d}\,[f_1(x)U_1 + f_2(x)U_2]$$

dans laquelle :

W est la puissance de l'émetteur;

G_E est le gain maximum de l'aérien émetteur;

x est la distance angulaire de la direction horizontale considérée à l'axe; celui-ci étant défini comme le lieu des points du plan horizontal où le champ rayonné par la source O_1 est égal au champ rayonné par la source O_2;

$f_1(x)$ et $f_2(x)$ sont les gains relatifs de l'aérien d'émission, dans la direction considérée, lorsqu'il est excité respectivement par les sources O_1 et O_2;

U_1 et U_2 sont les coefficients de transmission dans les guides alimentant les deux sources O_1 et O_2 après passage à travers un commutateur électronique.

On désignera par 2α l'angle compris entre les maxima des deux lobes de rayonnement provenant des sources O_1 et O_2 (*fig.* 30).

Les gains relatifs sont donnés par les relations :

$$f_1(x) = \frac{\sin z(\alpha - x)}{z(\alpha - x)},$$

$$f_2(x) = \frac{\sin z(\alpha + x)}{z(\alpha + x)},$$

dans lesquelles z désigne l'expression

$$z = \frac{\pi a}{\lambda},$$

a étant la dimension horizontale de l'aérien.

On règle la valeur de l'angle α, en déplaçant les sources dans le plan focal, de manière que le

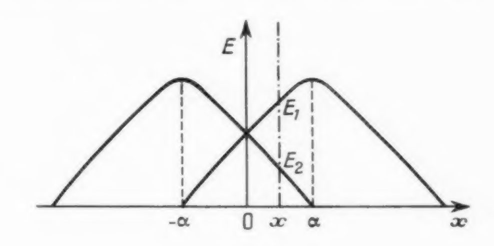


Fig. 30.

maximum du champ rayonné par la source O_1 corresponde au minimum du champ rayonné par la source O_2 et réciproquement.

La valeur de α correspondante est donnée par la relation

$$(\text{A}.22) \qquad z\alpha = \frac{\pi}{2},$$

d'où la valeur du champ

$$(\text{A}.23) \qquad E = \frac{7\sqrt{W G_E}}{d}\left|\frac{\cos zx}{\frac{\pi}{2} - zx}U_1 + \frac{\cos zx}{\frac{\pi}{2} + zx}U_2\right|.$$

Divers procédés peuvent être employés pour obtenir la valeur de x.

Tous ces procédés sont fondés sur la comparaison des signaux e_1 et e_2 obtenus pendant les phases respectives de la période de commutation.

C'est ainsi que l'on obtient, lorsque les coefficients U_1 et U_2 sont égaux à 1,

$$(\text{A}.24) \quad \begin{cases} e_1 - e_2 = \dfrac{7\sqrt{W G_E}}{d}\,\dfrac{\pi}{2}\,\dfrac{\cos zx}{\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2 - z^2x^2}\,\dfrac{x}{\alpha}, \\[2ex] e_1 + e_2 = \dfrac{7\sqrt{W G_E}}{d}\,\dfrac{\pi}{2}\,\dfrac{\cos zx}{\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2 - z^2x^2}. \end{cases}$$

La courbe d'écartométrie représente, par définition, la courbe donnant, en fonction de l'angle x, le rapport

$$I_0 = \frac{e_1 - e_2}{e_1 + e_2}.$$

On voit qu'en l'absence du champ de turbulence, ce rapport $I_0 = \frac{x}{\alpha}$ est rigoureusement linéaire par rapport à l'angle x. Il en résulte que la courbe d'écartométrie est une droite passant par l'origine des coordonnées (droite tracée en pointillé sur la figure 31).

Le principe de la mesure des champs de turbulence consiste à étudier la déformation de la courbe d'écartométrie au voisinage de l'axe; cette déformation est provoquée par la nature physique du

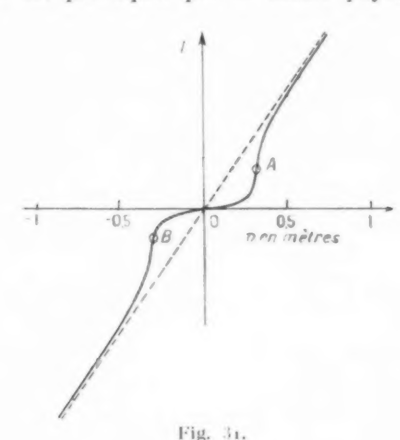


Fig. 31.

champ de turbulence différente de celle du champ de diffraction. La mesure de cette déformation s'effectue en déterminant de façon précise la courbe d'écartométrie autour de l'axe et en étudiant sa variation en fonction du temps.

La courbe d'écartométrie peut être tracée en déplaçant l'aérien du récepteur le long d'une droite perpendiculaire à l'axe et située à la distance d de l'émetteur.

La figure 31 montre une courbe d'écartométrie tracée d'après cette méthode.

La droite marquée en pointillé représente la courbe d'écartométrie théorique obtenue en l'absence des champs de turbulence. La présence de ceux-ci introduit une perturbation sur la courbe causant un certain « flou de l'axe ».

En effet, étant donné la faiblesse des variations angulaires dans le domaine des mesures faites, on peut admettre, à l'inverse du champ de diffraction, que le champ de turbulence E_t est indépendant de l'angle x.

Le courant de la courbe d'écartométrie correspondant au signal e_t produit par le champ E_t est donc seulement proportionnel à la variation de ce dernier champ pendant chacune des phases de la période de commutation.

Ce courant I_t est donné par la relation :

$$I_t = \frac{T}{\theta} e_t,$$

θ étant la durée moyenne dans l'espace des variations d'indice représentant, par corrélation, la durée moyenne de fluctuation du signal de turbulence.

Le courant total de la courbe d'écartométrie est donc :

$$I = \frac{x}{\alpha} e + \frac{T}{\theta} e_t.$$

e désigne la valeur $e_1 + e_2$ double de la valeur moyenne e_0 du signal produit par le champ de diffraction. Elle représente la valeur du signal correspondant au champ maximum E procuré à cette distance par l'aérien émetteur en l'absence de commutation (par exemple, le champ dans la direction $x = \pm \alpha$).

Le second membre de I étant essentiellement erratique, on voit que le courant I subit une variation rapide à partir d'une valeur x donnée par la relation

$$\frac{x}{\alpha} e = \pm \frac{T}{\theta} \bar{e}_t, \tag{A.25}$$

$\bar{e}_t$ désignant la valeur moyenne de e_t.

Cette zone fluctuante est représentée sur la figure 31 par l'arc de courbe BOA dont la forme dépend des constantes de temps des circuits intégrateurs de l'appareil.

3.2. Expériences effectuées. — La courbe de la figure 31 représente la courbe moyenne d'une série d'expériences effectuées en avril et mai 1952 par la Compagnie générale de T. S. F.

L'émetteur était alimenté par un klystron reflex fournissant une puissance de 1,5 W à 3 000 Mc.

Son aérien était constitué par un cylindre parabolique dont la dimension horizontale était de 4 m et la dimension verticale de 50 cm.

Il était excité par deux sources disposées de telle façon que l'angle α des diagrammes de commutation fût égal à 1°.

Le récepteur pouvait être déplacé le long d'une route transversale située à une altitude inférieure de 70 m de celle de l'émetteur.

Son aérien était constitué par un cornet de 50×50 cm placé à une hauteur d'environ 1 m au-dessus du sol.

La distance entre l'émetteur et le récepteur était de 15 km.

On a porté en abscisses, sur la figure 31, la distance transversale de déplacement du récepteur v en m.

La position de l'axe O était déterminée par interpolation entre les positions des points A et B de la figure 31.

La précision requise a pu être atteinte grâce à l'emploi de lampes à réactance spéciales alimentées à partir de signaux stabilisés. Ces lampes procuraient une commutation du champ de haute fréquence indépendante de leur chauffage et de leur degré de vide dans une très large mesure.

L'expérience, poursuivie durant deux mois, a montré les résultats suivants :

— Durant cet intervalle de temps, la position de l'axe est restée d'une fixité absolue.

— Par contre, la position des points A et B variait parfois autour de l'axe dans des valeurs extrêmes allant de 20 à 60 cm; la valeur la plus fréquente, représentée sur la figure 31, correspond à la valeur $v = 30$ cm.

La période de commutation T a été choisie égale à 2.10^{-3} s de façon à éviter une variation du champ moyen produite par les obstacles proches pendant chacune des phases de la période de commutation.

3.2.1. *Sensibilité de la mesure.* — On s'est attaché à étudier l'effet du bruit propre introduit par le système de comparaison disposé dans le récepteur. Cet effet varie avec l'angle x et conduit également, au voisinage de l'axe, à une déformation de la courbe d'écartométrie.

Celle-ci, dans ce cas, est introduite soit par un déséquilibre erratique de l'appareil de comparaison des signaux, soit par l'effet de la détection non linéaire de la composante différentielle du courant lorsque la puissance de bruit devient du même ordre que la puissance transportée par ce courant.

L'effet du bruit propre de l'appareil peut être séparé de l'effet dû à la turbulence atmosphérique de deux manières :

α. Le rapport du signal différentiel au bruit dépend du gain du récepteur à la fois dans les lignes parcourues par le courant de haute fréquence et dans les circuits parcourus par les courants de basse fréquence disposés avant l'étage de comparaison.

Il n'en est pas de même du rapport entre le champ de turbulence et le champ diffracté.

β. La puissance de bruit est indépendante de la nature de la propagation et, en particulier, des données météorologiques contrairement à la puissance provenant du champ de turbulence.

L'étude de l'effet du bruit propre de l'appareil s'effectue en traçant une *courbe d'écartométrie artificielle*. Celle-ci est obtenue en attaquant le comparateur au moyen de signaux artificiels de même forme que les signaux reçus. Une variation relative donnée de ces signaux procure le courant différentiel correspondant de la courbe d'écartométrie artificielle.

L'expérience montre que cette dernière courbe présente une forme analogue à la courbe de la figure 31. Toutefois, contrairement à celle-ci, elle demeure invariable dans le temps; par contre, elle se déforme par une variation de gain. En outre, on constate que la déformation introduite dans la courbe d'écartométrie artificielle reste toujours un peu inférieure à la déformation réelle introduite par la valeur la plus faible du signal dû à la turbulence atmosphérique.

Dans ces conditions, on peut admettre que les valeurs limites A et B de la distance v (*fig.* 31) sont à peu près exactes à partir d'environ 30 cm, les valeurs plus faibles pouvant, par contre, être provoquées par la puissance de bruit provenant du récepteur.

On voit ainsi que cette méthode de mesures angulaires, destinée à séparer l'effet du champ de turbulence de celui du champ de diffraction, est particulièrement adaptée à la mesure des champs de turbulence dans leurs périodes de forte intensité. Elle est moins précise lors des périodes de faible intensité.

Par contre, grâce à la souplesse procurée par le choix de la période de commutation, elle se prête particulièrement bien à la mesure de la durée moyenne dans l'espace des variations de l'indice de réfraction.

3.2.2. *Détermination expérimentale du champ de turbulence.* — L'expérience montre que le temps moyen des fluctuations du signal, représentant la durée moyenne θ des variations d'indice, est de l'ordre de la seconde.

La relation (A.25) fournit alors la valeur moyenne du signal produit par le champ de turbulence

On a :

$$\frac{\bar{e}_t}{e} = \frac{\theta}{T}\left|\frac{x}{\alpha}\right|.$$

En remplaçant θ par 1, T par 2.10^{-3}, α par $\frac{180}{\pi}$, on obtient :

$$\frac{\bar{e}_t}{e} = 3.10^4 x = 2v \qquad (x \text{ en mètres}).$$

On voit ainsi que le rapport $\frac{\bar{e}_t}{e}$ varie entre 0,4 et 1,2, lorsque v varie de 0,2 à 0,6, la valeur la plus fréquente étant égale à 0,6. On a vu plus haut, en étudiant l'effet du bruit propre du comparateur, que la valeur minimum de ce rapport peut, toutefois, descendre en dessous de 0,4 qui constitue, en réalité, la limite de sensibilité de la méthode de mesure.

3.2.3. *Calcul du champ de turbulence.* — Cette valeur expérimentale est en très bonne concordance avec les valeurs du champ de turbulence déduites de la formule (A.19).

1° Déterminons d'abord, pour calculer ce champ, la puissance maximum W'_1 reçue dans le récepteur en l'absence de commutation.

Les caractéristiques de la propagation sont, dans ce cas, les suivantes :

— L'angle d'incidence est :

$$\theta = \frac{70}{15\,000} \neq \frac{1}{200}.$$

Le coefficient de réflexion correspondant, donné par les courbes de la figure 6 est donc égal à — 1.

— La hauteur critique de Rayleigh est

$$h_0 = \frac{\lambda}{16\theta} = \frac{0,1 \times 200}{16} = 1,25 \text{ m}.$$

La zone de réflexion était constituée par un champ labouré pour lequel la hauteur moyenne h_m était bien inférieure à h_0. Le critérium de Rayleigh ne s'appliquait pas et les courbes de la figure 6 étaient donc valables.

— L'angle de réflexion est :

$$\varphi = \frac{2\pi \times 1 \times 70}{0,1 \times 15\,000} \neq \frac{\pi}{10}.$$

— La puissance W'_1, déterminée par la formule (3) du premier chapitre, est donnée par la relation :

$$\frac{W'_1}{W} = \frac{K_e K_r S_e S_r}{(\lambda d)^2} 4 \sin^2\varphi,$$

K_e et K_r étant les coefficients d'efficacité des aériens supposés égaux à 50 % et S_e et S_r les surfaces des embouchures de ceux-ci.

On a

$$(A.26) \quad \frac{W'_1}{W} = \frac{0,5 \times 0,5 \times 2 \times 0,25}{(0,1 \times 15\,000)} 4 \sin^2\frac{\pi}{10} = 2,2.10^{-8}.$$

Cette valeur est d'ailleurs confirmée par une mesure directe de l'équivalent de transmission sans commutation trouvé égal à — 77 dB.

2° Déterminons maintenant la puissance W' provenant du champ de turbulence.

Les aériens émetteur et récepteur n'ayant pas la même surface, nous prendrons pour valeur de S dans l'équation (A.19), la moyenne géométrique des surfaces effectives $K_e S_e$ et $K_r S_r$.

On a ainsi :

$$\frac{W'}{W} = \frac{\sqrt{K_e S_e K_2 S_2}}{\lambda d} 4 \overline{\Delta n}^2 \left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)^2.$$

Compte tenu du diagramme vertical identique des deux aériens, la zône de la troposphère, source du champ de turbulence, est limitée par un triangle isocèle dont la hauteur est de 1,5 km.

On peut donc prendre pour $\overline{\Delta n}$ et pour l les valeurs mesurées au sol, soit $\overline{\Delta n} = 10^{-6}$ (une unité M) et $l = 3$ m.

On a ainsi :

$$(A.27) \quad \frac{W'}{W} = \frac{\sqrt{0,5 \times 0,5 \times 2 \times 0,25}}{0,1 \times 15\,000} 4.10^{-12} \left(\frac{2\pi 3}{0,1}\right)^2 = 0,63.10^{-8}.$$

En comparant les formules (A.26) et (A.27), on a :

$$\frac{W'}{W'_1} = \frac{0,63.10^{-8}}{2,2.10^{-8}} = 0,28.$$

La détection des signaux e_t et e étant linéaire, on a

$$\frac{E_t}{E} = \frac{e_t}{e} = \sqrt{\frac{W'}{W'_1}} = \sqrt{0,28} = 0,53.$$

On retrouve exactement la valeur la plus fréquente de E_t donnée par les mesures.

4. Conclusion.

On voit ainsi que le champ de turbulence, même à des distances relativement faibles, possède une valeur importante.

Il est donc normal que le paramètre de distribution de la loi de propagation soit grand, même à courte distance.

De nombreuses causes de fading, constatées dans les liaisons hertziennes, sont ainsi probablement dues à l'influence des champs de turbulence beaucoup plus qu'à celle des réflexions multiples.

Tant que la formule (A.19) reste valable, le champ de turbulence décroît moins vite que le champ de diffraction lorsque la distance augmente. La stabilité diminue donc jusqu'à une certaine valeur correspondant à des points situés bien au delà de l'horizon radioélectrique.

A partir d'une certaine distance, la formule (A.20) doit être appliquée.

Le champ de turbulence décroît, dans ce cas, comme le cube de la distance. De plus, cette décroissance est encore fortement accentuée à la fois par l'augmentation rapide de la valeur de l'échelle de turbulence l et par la diminution de la variation quadratique moyenne $\overline{\Delta n}$ de l'indice dues à l'altitude supérieure des zones de turbulence créatrices du champ.

Le champ de turbulence peut ainsi décroître plus vite que le champ de diffraction qui, comme nous l'avons vu dans l'annexe II, décroît comme la puissance quatrième de la distance.

La stabilité augmente alors avec la distance; ces phénomènes permettent de prévoir l'allure de la courbe (*fig.* 25) donnant le rapport des champs maxima dépassés pendant 1 et 99 % du temps.

Ils sont très favorables pour les liaisons à grande distance dans lesquelles les champs deviennent remarquablement stables.

Dans un autre ordre d'idée, il est suggestif de rapprocher l'emploi de la méthode de mesures angulaires précises décrite dans cette annexe, de l'observation commune des différentes sortes d'astres lors d'une belle nuit d'été.

On sait que, dans ces circonstances, les étoiles scintillent dans le ciel par suite des variations erratiques de l'indice de réfraction; l'observation courante fournit, d'ailleurs, l'ordre de grandeur de la durée moyenne des variations d'indice.

En fait, le récepteur, constitué par l'œil humain, mesure alors directement l'intensité due à la turbulence puisque le diamètre apparent de l'étoile est très faible devant le pouvoir de résolution de l'œil.

Au contraire, les planètes scintillent relativement peu dans le ciel, car l'œil humain effectue alors une mesure de l'éclairement de l'astre et l'intensité moyenne due à un indice médian est supérieure à l'intensité due à la turbulence. Ce phénomène est provoqué par la valeur du diamètre apparent de ces astres qui est de l'ordre de grandeur du pouvoir de résolution de l'œil.

Les mêmes circonstances se reproduisent aussi pour les étoiles; le scintillement diminue beaucoup lorsque l'on utilise un télescope pour augmenter le pouvoir de résolution du récepteur.

Il en est de même dans le cas des ondes électromagnétiques centimétriques; la méthode de mesures angulaires décrite, procurant une précision et une stabilité égale à celle d'un bon télescope, permet de séparer l'influence du champ fluctuant de turbulence de celle du champ médian relativement stable.

MONTAGES LIMITEURS A GRANDE LARGEUR DE BANDE POUR LA MODULATION DE FRÉQUENCE

PAR J. FAGOT,

Directeur technique de la Société Française Radioélectrique.

SOMMAIRE. — *La modulation de fréquence appliquée aux multiplex doit présenter une grande linéarité à cause des effets de diaphonie. Cette linéarité est obtenue sur les bases suivantes : Discriminateurs linéaires, limitation efficace et constance du temps de propagation. Le problème de la limitation est ici envisagé.*

Dans une première partie on expose les performances générales d'un dispositif limiteur soit : son seuil, sa courbe statique, ses caractéristiques dynamiques basées sur la notion de « facteur de limitation ». L'attention doit être particulièrement attirée dans les problèmes multiplex sur les questions de bande passante : d'une part sur la bande passante H.F. à cause du facteur $\pm \Delta f$, *d'autre part sur la réponse rapide du système pour obtenir une efficacité correcte aux plus hautes fréquences modulantes.*

On envisage ensuite deux systèmes limiteurs typiques. Le premier utilise le courant grille des lampes conventionnelles dont on exagère l'effet; c'est la tension d'autopolarisation développée de ce fait qui en changeant la classe de fonctionnement du tube réalise l'effet de limitation. Ce procédé fait ainsi appel à une tension détectée sur laquelle pèse une servitude de constante de temps. Le second système emploie des cristaux et utilise directement la non linéarité dans les caractéristiques de ceux-ci. Ne faisant pas apparaître de détection, il est théoriquement insensible à la valeur de la fréquence modulante.

Des schémas pratiques, des courbes de performances sont données pour illustrer l'exposé.

(C. D. U. : 621.396.619.13.)

SUMMARY. — *Frequency modulation when applied to multiplex must present a high linearity because of the effects of cross talk. This linearity is achieved by the following means : Linear discriminators, efficient limitation and constancy of time delay. The problem of limitation is outlined in this paper.*

In the first part the general performances of a limiting device are given that is : its threshold, its static curve, its dynamic characteristics based on the concept of the limitation factor. In multiplex technique attention must be particularly directed to the pass band problems; on the one hand to the R. F. pass band because of $\pm \Delta f$, *on the other hand to the rapid response of the system in order to obtain an efficiency at the highest modulating frequencies.*

Later two typical limiting systems are described; in the first, using the grid current of conventional tubes of which the effects is exaggerated, it is the automatic bias voltage thus developed which effects the limitation by changing the class of operation of the tube.

This process thus makes use of a detected voltage on which a time constant condition is imposed. The second system makes use of their characteristics. Since no detection is involved it is theoretically unaffected by the value of the modulating frequency.

Practical schematics, and performance curves are given to illustrate the paper.

(U. D. C. : 621.396.619.13.)

I. — GÉNÉRALITÉS.

Le problème de la limitation d'amplitude est essentiel en modulation de fréquence. Pour obtenir de façon sûre une démodulation linéaire de l'onde modulée en fréquence, il faut en effet réaliser successivement et indépendamment :

1° une limitation rigoureuse, faisant disparaître toutes les variations d'amplitude qui accompagnent

obligatoirement la modulation de fréquence; 2° une réponse *fréquence-amplitude* très linéaire dans les circuits discriminateurs.

La linéarité obtenue sur les circuits discriminateurs n'a pas d'utilité si la limitation n'est pas parfaite. Il est par ailleurs dangereux, à cause de l'instabilité des résultats, d'essayer de compenser une linéarité imparfaite du discriminateur par un résidu de variation d'amplitude résultant d'une mauvaise limitation.

Malheureusement, la limitation devient difficile dans le cas des transmissions multiplex, à cause des grandes largeurs de bande rencontrées. Les difficultés proviennent d'une part des grandes déviations de fréquence ($\pm \Delta f$), et d'autre part des valeurs élevées des fréquences modulantes maxima. Ainsi, sur les équipements du faisceau hertzien P. T. T. type « Paris-Lille » on rencontrera :

$$\Delta f = \pm 5 \text{ Mc}, \qquad F_{\text{mod max}} = 2 \text{ Mc}$$

pour la téléphonie, et

$$\Delta f = \pm 5 \text{ Mc}, \qquad F_{\text{mod max}} = 10 \text{ Mc}$$

pour la télévision.

Par ailleurs, les conditions de distorsion harmonique sur l'ensemble de la démodulation étant très sévères (à cause de la diaphonie), il est nécessaire d'assurer avec rigueur la linéarité de celle-ci.

Quant aux variations d'amplitude à absorber, leur origine est multiple. Elles sont créées par les modulateurs (lampes à réactances, klystrons), par les amplificateurs (bande passante non parfaitement régulière), dans les feeders non parfaitement adaptés, par la propagation même (trajets multiples se combinant). Ceci pour la modulation d'amplitude accompagnant la modulation de fréquence, indépendamment des variations de niveau moyen.

2. DÉFINITIONS.

Un dispositif limiteur est un quadripôle non linéaire fonctionnant en H. F. (en général sous la forme de *moyenne-fréquence*). Il comporte toujours un seuil, c'est-à-dire un niveau au-dessous duquel la limitation ne joue pas. Au delà du seuil, la tension de sortie devrait rester rigoureusement constante pour un limiteur idéal : en fait, elle croît seulement moins vite que la tension d'entrée. La gamme dans laquelle le limiteur fonctionne est appelée *zone de limitation*; elle présente généralement une limite supérieure.

Le premier rôle d'un limiteur est d'absorber les variations du niveau moyen reçu, qui peuvent survenir par suite de l'instabilité de l'équivalent de transmission sur l'amplitude (variations de gain des

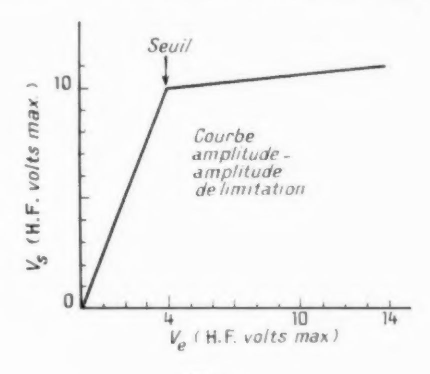


Fig. 1.

amplificateurs, fading sur la propagation). Le second rôle est d'atténuer les variations d'amplitude qui accompagnent, autour d'un certain niveau moyen, la modulation de fréquence.

Pour exprimer le rôle n° 1, on tracera la courbe du limiteur en statique (*fig.* 1), représentant la tension H. F. de sortie en fonction de la tension H. F. d'entrée. Pour rendre compte du rôle n° 2, on supposera l'onde incidente (à divers niveaux moyens) modulée sinusoïdalement à un taux de x % pas trop élevé (par exemple $x \leq 30$ %), et l'on relèvera le taux y % de l'onde de sortie. Le rapport $\frac{x}{y}$ chiffré en décibels, soit :

$$F_l = 20 \log_{10} \frac{x}{y}$$

pourra être appelé *facteur de limitation* F_l (voir *fig.* 2).

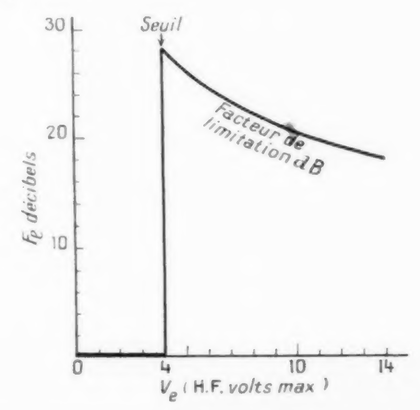


Fig. 2.

Normalement, la modulation au taux de $x\%$ occupera sur la caractéristique statique du limiteur une plage suffisamment réduite pour que le $y\%$ représente lui-même une modulation sinusoïdale peu affectée d'harmoniques, ce qui justifie la définition. La courbe n° 2 est évidemment déductible de la courbe n° 1. On voit, par exemple, qu'une courbe n° 1 du type *linéaire* ne correspond pas à un facteur de limitation constant (*fig.* 1 et 2).

L'intérêt du facteur de limitation est qu'il correspond au fonctionnement réel en modulation autour d'un point donné. Mais les variations ne sont pas forcément sinusoïdales, et leurs composantes occupent toute une plage de fréquences. Pour tenir compte de ces faits, on peut avoir à considérer les facteurs de limitation pour différentes fréquences de modulation. Certains montages font en effet appel à des

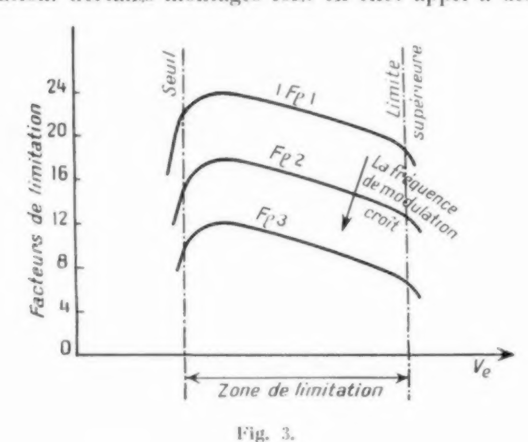


Fig. 3.

tensions détectées, et présentent ainsi une constante de temps non négligeable. Leur efficacité *dynamique* varie lorsque croissent les fréquences de modulation. On peut alors imaginer le tracé de toute une série de courbes représentant les facteurs de limitation pour les diverses fréquences modulantes de la bande utilisée (voir *fig.* 3).

Enfin, lorsque plusieurs étages limiteurs sont mis en série, les facteurs de limitation s'ajoutent.

3. MONTAGE LIMITEUR A COURANT DE GRILLE.

Ce type de limiteur utilise le courant grille d'un amplificateur pentode de schéma conventionnel (*fig.* 4). En supposant le tube réglé en classe A au repos (polarisation par la cathode) on rencontre successivement les régimes suivants en faisant varier l'amplitude de la H. F. d'entrée :

a. Classe A : Pas de limitation;

b. Classe AB : L'amplitude d'excitation atteint le zéro de grille : la grille commence à débiter et une certaine tension d'autopolarisation apparaît sur R_g;

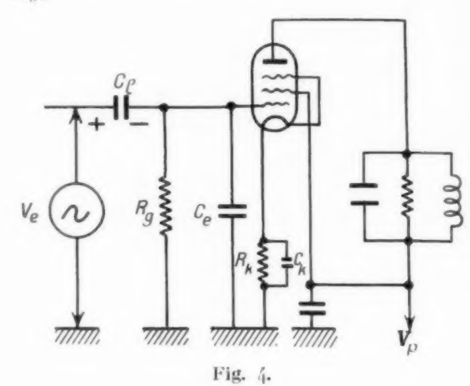


Fig. 4.

c. Classe B : L'autopolarisation s'accroît, mais $\mathbf{V}_k$ diminue;

d. Classe C : Accroissement supplémentaire de l'autopolarisation.

Dans l'hypothèse irréalisable d'un courant de grille infini dès le seuil, on ne dépasserait pas $v_g = 0$, et le courant anodique varierait entre zéro et une valeur maximum qui serait celle de $v_g = 0$ (*fig.* 5).

C'est la composante fondamentale de ce courant qui développerait la tension de sortie, le circuit d'anode comprenant un circuit oscillant accordé destiné à étouffer les harmoniques de la porteuse M. F. Les composantes fondamentales ne varieraient

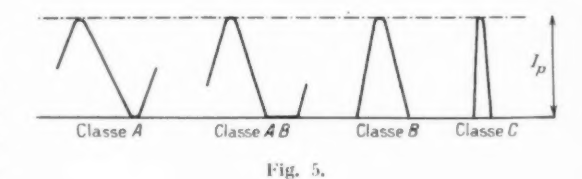


Fig. 5.

pas considérablement, comme il ressort du tableau suivant :

Valeurs des composantes fondamentales :

Classe A :

$$I_1 = \frac{I_p}{2};$$

Classe B :

$$I_1 = \frac{I_p}{2};$$

Classe C :

$$I_1 < \frac{I_p}{2}.$$

On pourrait ainsi tracer la loi de variation du fondamental en fonction de l'amplitude d'excitation V_e. Elle aurait l'allure de la figure 6. Il n'est pas besoin de s'attarder à l'analyse de cette loi.

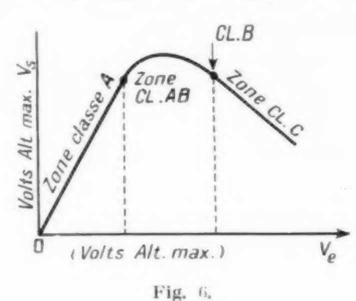


Fig. 6.

Les résultats sont en réalité améliorés par rapport à celle-ci, car au fur et à mesure que V_e croît, on pénètre progressivement dans les régions de tensions positives de grille.

Les diagrammes de la figure 5 doivent donc être repris comme il est indiqué sur la figure 7.

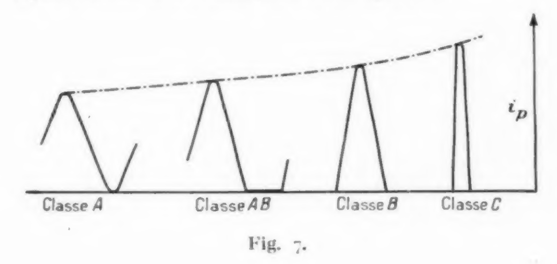


Fig. 7.

Ceci contribue à donner une courbe de limitation du genre de la figure 8 nettement plus favorable.

Il est théoriquement facile de calculer l'équilibre réalisé sur la grille en chaque point d'excitation.

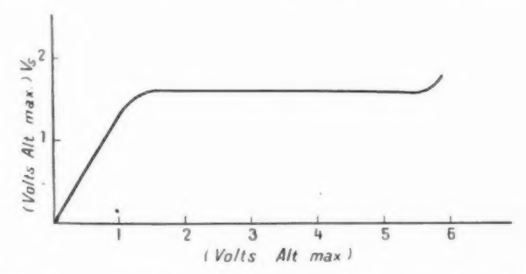


Fig. 8. — Courbes expérimentales PMO 7 en limiteuse.

La tension V_e sinusoïdale se place comme indiqué sur la figure 9. Le courant de grille présente une forme variable qu'on peut connaître. Sa valeur moyenne donne le courant moyen i_g et le produit $\bar{i}_g R_g$ correspond à la tension d'autopolarisation — $\mathbf{V}_g$, les variations étant intégrées par le condensateur. Néanmoins chaque point d'équilibre ne peut être calculé que par tâtonnements au moyen de la méthode suivante qui s'apparente aux méthodes classiques de détermination des régimes non linéaires des lampes. On doit supposer connue la polarisation — $\mathbf{V}_g$ et faire diverses hypothèses sur la valeur de la tension H. F. d'entrée : V_e. A chaque valeur de V_e correspond un courant de grille dont on peut connaître la forme instantanée (indiquée sur la figure 9) et, par suite, la valeur moyenne.

La tension d'anode n'est pas encore connue, mais on peut lui supposer une valeur approximative; elle n'agit qu'au second ordre sur le courant grille. La valeur d'équilibre sur la grille est celle pour

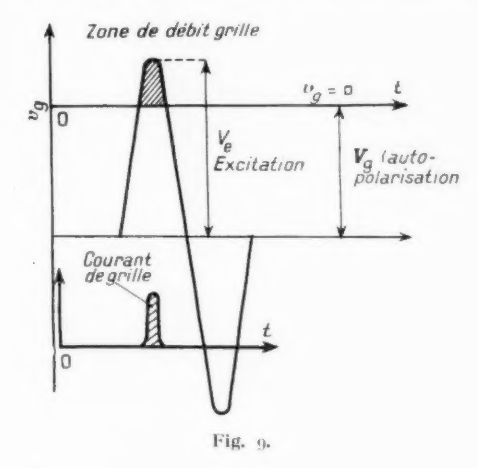


Fig. 9.

laquelle le produit $R_g \bar{i}_g$ est égal au — $\mathbf{V}_g$ supposé. On peut ainsi, par tâtonnements successifs, connaître les valeurs correspondantes de V_e, de — $\mathbf{V}_g$ et, par suite également, celles des composantes fondamentales de courant de plaque et de tensions de sortie : V_s.

La courbe tension de sortie V_s en fonction de la tension d'entrée V_e correspond à la courbe de limitation.

Les problèmes de bande passante sont également à considérer. Lorsqu'en modulation de fréquence, on s'établit en régime de non-modulation à une certaine tension d'entrée V_e, quand la modulation est développée on occupe dans les circuits H. F. d'entrée et de sortie au moins le $\pm \Delta f$, sinon plus, par l'effet dynamique bien connu. Il faut donc que le circuit oscillant d'entrée et celui de sortie permettent la transmission de la bande passante H. F. corres-

pondante, sans variations appréciables surtout sur la sortie s'il n'y a plus à la suite d'étages de limitation. Il y a là un problème classique de transmission de bande, la plus grande difficulté étant sans doute de calculer, surtout à l'entrée, l'amortissement effectif des circuits.

Mais indépendamment de ce problème de bande passante H. F., il existe une autre difficulté qui se traduit comme suit. Lorsqu'une modulation d'amplitude accompagne la modulation de fréquence, l'effet limiteur se traduit par une variation de l'autopolarisation de grille. Il est essentiel que la tension ainsi développée suive le rythme de la modulation, même si celle-ci se fait sur une fréquence élevée. Il y a là en fait une véritable détection pour laquelle les problèmes de bande passante assez complexes ont été traités par exemple par M. P. David dans

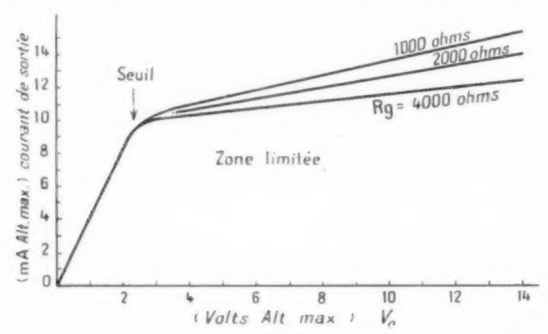


Fig. 10. — Courbes expérimentales EF 51 en limiteuse.

son ouvrage sur *La réception* (t. III, livre II, chap. VI du Cours de Radioélectricité générale de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications). La constante de temps est assez mal définie du fait que le condensateur est chargé par la diode constituée par la grille de la lampe, et déchargé dans certains cas dans la seule résistance R_g. La capacité entrant en jeu n'est pas du reste le condensateur de liaison seul C_l; il faut y ajouter la capacité d'entrée de la lampe C_e

$$C_{(\text{total})} = C_l + C_e.$$

Il est possible, par exemple, de poser, avec M. David, la condition

$$R_g C \leq \frac{1}{\Omega}, \qquad 2\pi R_g C \leq \frac{1}{F} \qquad (C = C_{(\text{total})}),$$

Ω étant la pulsation, F la fréquence de la modulation, ou fréquence *modulante*, complètement indépendante du Δf. Pour augmenter F dans le cas de multiplex, on sera donc conduit à essayer de réduire C et R_g. On est malheureusement limité pour la valeur de C. La capacité de la lampe C_e n'est pas modifiable, et pour atteindre la grille avec une tension H. F. suffisante, il faut réaliser :

$$C_l \gg C_e.$$

Il faut donc tendre à diminuer R_g. Mais le choix d'un R_g faible réduit l'autopolarisation correspondant à une pénétration donnée à l'intérieur de la zone de $v_g > 0$. L'effet limiteur en est réduit en conséquence. On a montré cet inconvénient sur la famille de courbes (*fig.* 10) correspondant au tube EF 51 utilisé dans les conditions normales de 250 V d'alimentation d'anode et d'écran.

Pour avoir des résultats aussi bons que possible, on trouve du reste qu'il y a intérêt à adopter une tension d'écran normale et à réduire sensiblement la tension appliquée à l'anode. La figure 8 correspondait, par exemple, à un montage réalisé par M. Schwindenhammer pour le faisceau hertzien S. F. R. du type F. H. 610. Conditions principales :

LAMPE TYPE PMO 7 :

$$\mathbf{V}_p = 35\ \text{V}, \qquad \mathbf{V}_{g2} = 225\ \text{V}, \qquad \mathbf{V}_k = 3,5\ \text{V};$$

Résistance série de plaque : 33 000 Ω;
Résistance d'écran : 4 700 Ω;
Résistance de cathode : 330 Ω;
Résistance de grille : 8 000 Ω;
Capacité C_l : 22 pF;
Fréquence H. F. : 60 Mc;

Fréquence de modulation allant jusqu'à 550 kc environ :

$$\Delta f = \pm 1\,000\ \text{kc}.$$

En revenant au problème général, on notera qu'il peut apparaître certains éléments auxiliaires de limitation. En pénétrant dans la région des $v_g > 0$, la tension de grille peut se trouver écrêtée. Le courant de plaque lui-même peut présenter une certaine saturation.

Il ne faut pas, par ailleurs, négliger le problème du filtrage des harmoniques à la sortie. Par principe, tout système limiteur en développe beaucoup, et certains discriminateurs (discriminateurs à lignes) y sont particulièrement sensibles. Le filtrage des harmoniques est d'autant plus aisé que la fréquence H. F. est élevée. La bande passante totale est, en effet, suivant la formule usuelle :

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

et l'affaiblissement des harmoniques est proportionnel à Q. On réalisera donc, pour un Q donné une bande passante d'autant plus large que f_0 sera élevé.

4. MONTAGE LIMITEUR A CRISTAUX.

Le montage de base est celui de la figure 11. La combinaison des caractéristiques des deux cristaux *tête-bêche* donne une courbe $i = f(u)$ représentée sur la figure 12. Les cristaux les plus adaptés à cet usage sont ceux au germanium du fait de leur faible résistance directe et de leur tension inverse élevée.

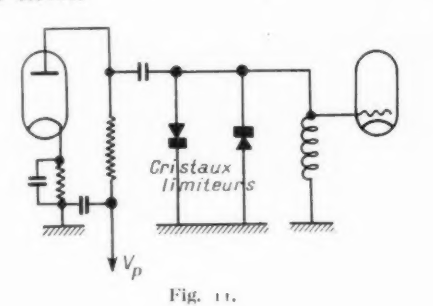


Fig. 11.

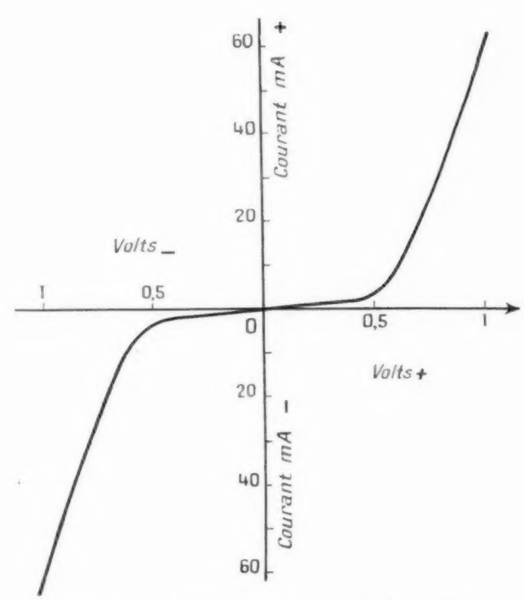


Fig. 12. — Cristaux Westinghouse WG 2 « Bleu ».

Il est possible, avec le montage indiqué, d'analyser de la façon suivante le fonctionnement sommaire de la limitation :

a. La tension aux bornes des cristaux est sinusoïdale, du fait de la présence d'un circuit oscillant accordé qui étouffe les harmoniques. Ceci n'est évidemment qu'approximatif, car il peut subsister un certain taux d'harmoniques fonction de la *surtension* du circuit.

b. En faisant un certain nombre d'hypothèses sur les tensions alternatives développées aux bornes des cristaux, on peut d'après les caractéristiques en

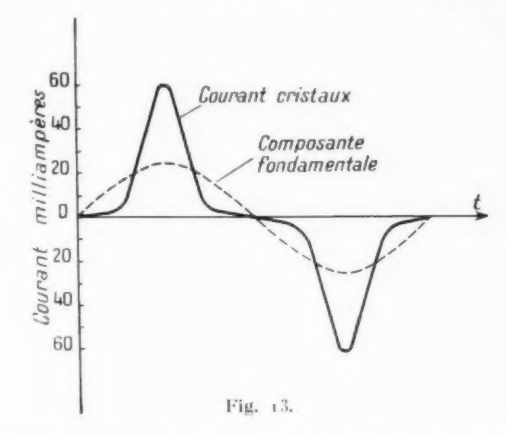


Fig. 13.

déduire à chaque fois l'allure du courant instantané. Pour les tensions faibles, le courant est sinusoïdal (et peu élevé). Pour les fortes amplitudes, on entre rapidement dans les zones où les cristaux débitent, et le courant présente de fortes pointes (*fig.* 13).

c. La lampe ignore ces allures de courant, à cause de la présence du circuit oscillant. Elle alimente l'ensemble à l'aide de son courant de plaque qui demeure sinusoïdal. L'équilibre s'établit pour la condition :

Courant sinusoïdal de plaque, égal à la composante fondamentale calculée, du courant à travers les cristaux.

d. Le courant sinusoïdal de plaque est lui-même directement proportionnel à la tension sinusoïdale d'excitation de grille, de sorte qu'il est possible de

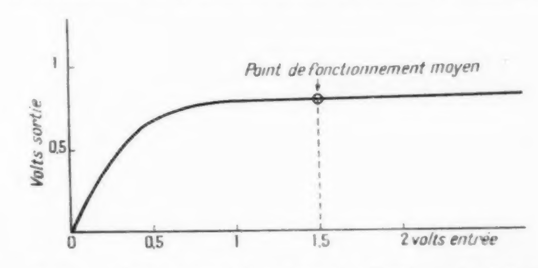


Fig. 14. — Courbes expérimentales des limiteurs à cristaux.

déterminer la courbe de limitation qui donne la correspondance : Tension H. F. d'excitation de grille, à tension H. F. de sortie de plaque.

La figure 14 donne un exemple des courbes obtenues.

Pour obtenir un fonctionnement dans la zone de limitation des cristaux, il faut disposer d'un courant d'anode relativement élevé, ce qui impose généralement l'usage de lampes supérieures en puissance à celles des séries ordinaires à grand facteur de mérite (6 AK 5, PMO 7, EF 80). Le tube P. T. T. 216 sera par exemple utilisé avec succès.

Ce système ne possède pas de constante de temps, car il ne fait pas apparaître de tension détectée : il est donc théoriquement indifférent à la valeur des fréquences de modulation en dehors des répercussions sur la bande passante des circuits en H. F.

Mais le cristal n'est certainement pas indifférent à la fréquence H. F. choisie. Le schéma équivalent du cristal généralement admis est celui de la figure 15.

Il comporte :

1° la résistance R de contact, très différente suivant le sens de circulation du courant;

2° la capacité C shuntant cette résistance (de l'ordre de 1 à 2 pF);

3° la résistance r, de l'ordre de quelques dizaines d'ohms.

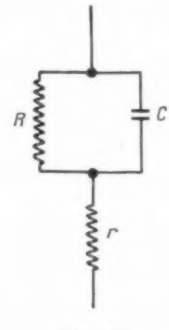


Fig. 15.

C, non accessible, ne peut être compensé. Par son effet de shunt, les différences entre *résistance inverse* et *résistance directe* se trouvent atténuées au fur et à mesure de l'accroissement de la fréquence de fonctionnement. Ainsi les performances réelles sont-elles toujours inférieures à celles déterminées d'après les caractéristiques statiques des cristaux.

On peut déplacer sur les caractéristiques (*fig.* 12) la position des parties montantes par usage de tensions de polarisation des cristaux. Si l'on met, par exemple, une *contre-pile* dans le sens indiqué sur la figure 16, on voit que, vis-à-vis de la source appliquée, la contre-tension est en opposition avec la source lorsqu'il y a limitation, elle a donc un effet retardateur sur le débit. Ce déplacement des caractéristiques a pour effet d'accroître le seuil, mais augmente l'effet de limitation quand il se produit.

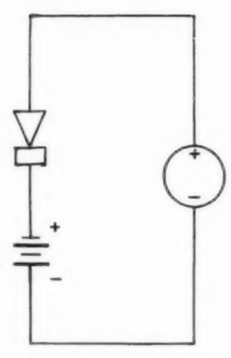


Fig. 16.

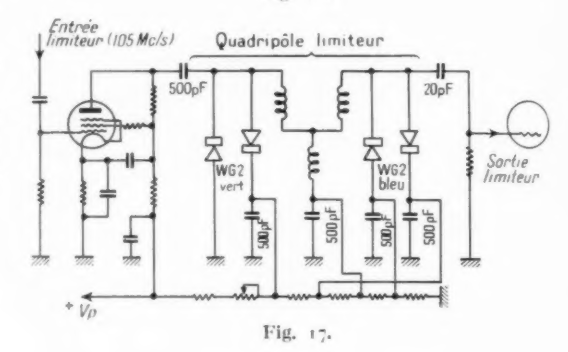


Fig. 17.

La figure 17 donne le schéma complet d'un étage limiteur imaginé par M. P. Magne pour les équipements du faisceau hertzien du Paris-Lille. Les courbes sont celles de la figure 14. La largeur de bande totale est supérieure à 20 Mc (fréquence centrale, 105 Mc/s).

5. CONCLUSIONS.

La limitation est un problème essentiel en modulation de fréquence. On doit tendre vers une limitation très efficace et indépendante aussi bien du Δf que de la fréquence de modulation, si l'on veut obtenir les distorsions réduites exigées par les techniques Multiplex.

Le problème est de théorie relativement simple : il s'apparente aux questions classiques : Modulation, Détection, mais on le trouve beaucoup moins systématiquement analysé dans la littérature. C'est la raison pour laquelle il a été jugé utile de rédiger ce court exposé. Je remercie ici MM. P. Magne et M. Schwindenhammer, ingénieurs C.S.F. et S.F.R., qui m'ont fait bénéficier pour ce travail de leurs nombreuses expérimentations sur ce sujet d'ordre essentiellement pratique.

SUR LE DIMENSIONNEMENT DES INDUCTANCES CYLINDRIQUES D'ÉMISSION

PAR E. ACHARD,

Chef de Laboratoire au Centre de Recherches techniques
de la Compagnie générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Utilisant les résultats de* R. G. MEDHURST, *en ce qui concerne le calcul du coefficient de surtension, l'auteur établit des formules simples qui permettent de dimensionner les inductances cylindriques d'émission, en partant de la fréquence d'utilisation, de la tension, du courant, et de l'échauffement, cela avec une approximation suffisante pour les besoins de la pratique.* (C. D. U. : 621.3.011.3.)

SUMMARY. — *Using the results obtained by* R. G. MEDHURST *for the calculation of the Q coefficient, the author establishes simple formulae which permit dimensioning of the transmission cylindrical inductances based on the operating frequency, the voltage, the current and the heating, and this with a sufficient approximation for practical needs.* (U. D. C. : 621.3.011.3.)

1. INTRODUCTION.

Le technicien est parfois embarrassé pour dimensionner les inductances qui entrent dans la constitution des circuits oscillants des divers étages d'un émetteur.

Ce dimensionnement se fait souvent par analogie avec des circuits ayant donné satisfaction, mais il n'existe pas, à notre connaissance, une méthode pratique qui permette d'établir un projet d'inductance d'une manière sûre et rapide.

Notre propos est d'élaborer cette méthode pour aboutir à des formules simples et d'application facile.

2. POSITION DU PROBLÈME.

Le volume d'une inductance d'émission est déterminé par la fréquence d'utilisation, la puissance réactive mise en jeu, et l'échauffement admissible.

Son coefficient de surtension Q est fonction de la fréquence f, du rayon a de l'enroulement, du rapport $K_1 = \frac{d}{p}$ du diamètre du conducteur au pas de l'enroulement, et du rapport $K_2 = \frac{b}{2a}$ de la longueur de cet enroulement à son diamètre.

Le réseau de courbes de la figure 1 permet de

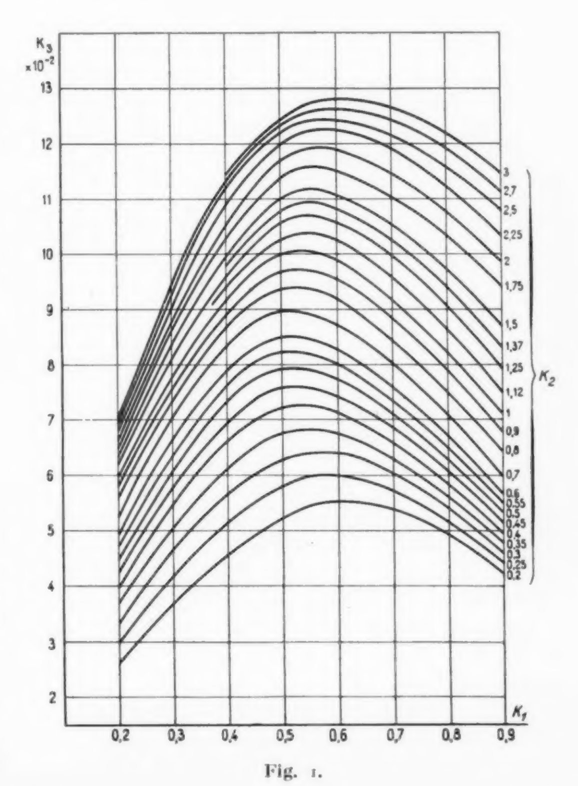


Fig. 1.

déterminer, en fonction de K_1 et de K_2, le coefficient K_3 qui entre dans l'expression du coefficient de surtension :

$$Q = K_3 a \sqrt{f} \qquad [a\,(\mathrm{cm}),\ f\,(\mathrm{Hz})].$$

Ce procédé de détermination de Q est dû à R. G. Medhurst (High-frequency resistance and capacity of single layer solenoïds, *Wireless Engineer*, février et mars 1947).

La puissance réactive UI (vars) est imposée par les conditions de fonctionnement de l'étage, ou du circuit de transformation.

Le quotient $\frac{U}{I}$ détermine la réactance X (Ω). Cette réactance et la fréquence définissent, par le quotient $\frac{X}{2\pi f}$, le coefficient de self-induction L (H).

La puissance P (W) dissipée par l'inductance est donnée par le quotient $\frac{UI}{Q}$.

L'échauffement $\Delta\theta$ (°C) est fonction de la puissance dissipée, de la surface S (cm²) du conducteur et du rapport K_1.

Pour des échauffements inférieurs à 50° C, la loi de variation de l'élévation de température en fonction de la puissance dissipée par centimètre carré de surface du conducteur est pratiquement linéaire. Elle est, pour un seul conducteur cylindrique horizontal en air calme :

$$\Delta\theta = 750 \frac{P}{S} \quad (°\mathrm{C}).$$

En tenant compte de l'effet de proximité des spires de l'enroulement, l'échauffement est donné approximativement, et par excès, par l'expression :

$$\Delta\theta = 750 (K_1 + 1) \frac{P}{S} \quad (°\mathrm{C}).$$

Il est d'une bonne pratique de ne pas dépasser un $\Delta\theta$ de 30° C pour les inductances d'émission. C'est le chiffre que nous adopterons.

Les courbes de la figure 1 permettent de calculer le coefficient de surtension à la température de 20° C. En passant de 20 à 50° C, la résistivité du cuivre augmente de 12 %, l'épaisseur de coque de 6 %, la résistance H. F. augmente donc de 6 %.

Il faut, par conséquent, diviser le coefficient de surtension calculé à 20° C par 1,06 pour obtenir celui à 50° C.

Ces considérations générales posées, nous allons résoudre quelques problèmes d'ordre pratique.

3. PROBLÈMES.

3.1. ***Étant donné la fréquence d'utilisation, l'échauffement, la tension, le courant, les rapports du diamètre du conducteur au pas et de la longueur de l'enroulement à son diamètre, déterminer le rayon de cet enroulement et le diamètre du conducteur.***

Considérons une inductance de rapport $\frac{d}{p} = K_1$.

La surface S du conducteur est égale à $K_1\pi$ fois la surface du cylindre de bobinage de diamètre $2a$ et de longueur b.

Nous avons donc

$$S = K_1\pi \times 2a\pi \times b = 2K_1\pi^2 ab \quad (\mathrm{cm}^2),$$

ou, en faisant intervenir le rapport $\frac{b}{2a} = K_2$:

$$S = 4K_1K_2\pi^2 a^2 \quad (\mathrm{cm}^2).$$

Si nous nous imposons une élévation de température de 30° C, nous l'obtiendrons pour une puissance par unité de surface

$$P_1 = \frac{30}{750(K_1+1)} = \frac{0{,}04}{K_1+1} \quad (\mathrm{W/cm}^2).$$

La puissance totale dissipée par l'inductance est alors

$$P = P_1 S = \frac{0{,}16 K_1 K_2 \pi^2 a^2}{K_1 + 1} \quad (\mathrm{W})$$

et le coefficient de surtension

$$Q = \frac{1}{1{,}06} K_3 a \sqrt{f}.$$

La puissance dissipée et le coefficient de surtension nous conduisent à une puissance réactive

$$UI = QP = \frac{0{,}151 K_1 K_2 K_3 \pi^2 \sqrt{f} a^3}{K_1 + 1}$$
$$\sim \frac{1{,}5 K_1 K_2 K_3 \sqrt{f} a^3}{K_1 + 1} \quad (\mathrm{vars}).$$

Mais comme en fait la puissance réactive est connue tandis que le rayon ne l'est pas, nous avons :

$$a = \left(\frac{UI(K_1+1)}{1{,}5 K_1 K_2 K_3 \sqrt{f}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\mathrm{cm}).$$

La longueur de l'enroulement est alors

$$b = 2K_2 a.$$

Il s'agit maintenant de déterminer le diamètre d du conducteur.

L'inductance a pour valeur

$$L = \frac{U}{I} \frac{1}{2\pi f} \cdot 10^9 \quad (\mathrm{u.\ é.\ m.}).$$

D'autre part, L peut être mis sous la forme

$$L = K_4 \frac{l^2}{b} \quad (\text{u. é. m}),$$

K_4, coefficient de Nagaoka;
l, longueur du conducteur, en centimètres.

Exprimant l en fonction des éléments connus et de d, nous trouvons :

$$l = \frac{4\pi K_1 K_2 a^2}{d}.$$

En portant ensuite cette valeur de l dans l'expression de L, et en remplaçant b par $2 K_2 a$, nous obtenons après simplification :

$$L = \frac{8\pi^2 K_1^2 K_2 K_4 a^3}{d^2}.$$

Le diamètre du conducteur est donc :

$$d = \left(\frac{8\pi^2 K_1^2 K_2 K_4 a^3}{L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{cm}).$$

ou, en remplaçant L par $\frac{10^9 U}{2\pi f I}$ et a^3 par sa valeur

$$d = 5,75 \left[\frac{K_1 K_4 (K_1 + 1)}{K_3} \right]^{\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{4}} I . 10^{-4} \quad (\text{cm}).$$

On peut simplifier cette expression en observant que, sur le réseau de la figure 1, les maxima de K_3 correspondent à des valeurs de K_1 comprises entre 0,5 et 0,6.

Choisissons $K_1 = 0{,}5$ (chiffre généralement adopté dans la pratique), nous obtenons alors :

$$d \sim 5 \sqrt{\frac{K_4}{K_3}} f^{\frac{1}{4}} I . 10^{-4} \quad (\text{cm}).$$

Tandis que la formule donnant le rayon de l'enroulement devient :

$$a = \left(\frac{2 U I}{K_2 K_3 \sqrt{f}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{cm}).$$

Déterminons, par exemple, une inductance de 10^6 vars (10 000 V, 100 A) pour une fréquence de 10^6 Hz.

Nous choisissons $K_1 = 0{,}5$, $K_2 = 1$ (longueur égale au diamètre).

Le réseau de la figure 1 nous donne $K_3 = 0{,}1$, le coefficient de Nagaoka est

$$K_4 = 0{,}688.$$

Les formules se réduisent pour ce cas très fréquent à :

$$a = \left(\frac{20 U I}{\sqrt{f}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{cm}),$$

$$d \sim 13 f^{\frac{1}{4}} I . 10^{-4} \quad (\text{cm}).$$

Passons aux chiffres :

Rayon de l'enroulement :

$$a = \left(\frac{20 . 10^6}{\sqrt{10^6}} \right)^{\frac{1}{3}} = 27{,}1 \text{ cm}.$$

Longueur de l'enroulement :

$$b = 2a = 54{,}2 \text{ cm}.$$

Diamètre du conducteur :

$$d = 13 . (10^6)^{\frac{1}{4}} . 10^2 . 10^{-4} \sim 4{,}1 \text{ cm}.$$

Pas de l'enroulement :

$$p = \frac{d}{K_1} = \frac{4{,}1}{0{,}5} = 8{,}2 \text{ cm}.$$

Nombre de spires :

$$n = \frac{b}{p} = \frac{54{,}2}{8{,}2} \sim 6.6.$$

3.2. *Étant donné la fréquence, l'échauffement, la tension, le courant, le rapport du diamètre du conducteur au pas, le rayon de l'enroulement, déterminer la longueur de cet enroulement et le diamètre du conducteur.*

Souvent, en effet, le rayon de l'enroulement est imposé par l'existence de carcasses de bobinage ou de flasques types servant à supporter des barreaux encochés qui maintiennent les spires de l'inductance.

Nous connaissons a mais nous ignorons b, c'est-à-dire les rapports K_2 et K_3.

Reprenons l'expression de la puissance réactive :

$$U I = \frac{1{,}5 K_1 K_2 K_3 \sqrt{f} a^3}{K_1 + 1},$$

elle nous donne

$$K_2 K_3 = \frac{U I (K_1 + 1)}{1{,}5 K_1 \sqrt{f} a^3}.$$

En opérant par tâtonnements sur le réseau de courbes aux points d'abscisse K_1, on détermine rapidement l'ordonnée K_3 telle que le produit $K_2 K_3$ soit égal à la valeur précédente.

K_2 est alors connu et l'on a :

$$b = 2 K_2 a.$$

Il se peut que la valeur de K_2 ainsi obtenue soit ou trop grande, ou trop faible; ce qui veut dire

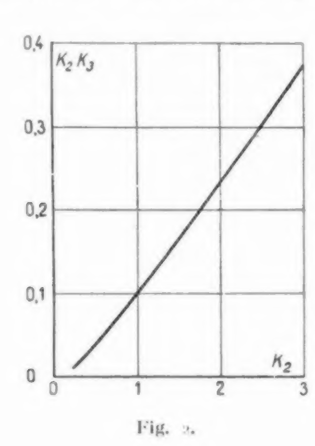


Fig. 2.

que a a été choisi ou trop petit, ou trop grand; il y a alors lieu de le modifier.

Lorsque la valeur de b a été trouvée acceptable, tous les facteurs sont alors connus et l'on est ramené au problème précédent pour trouver le diamètre d du conducteur.

La courbe de la figure 2 donne $K_2 K_3$ en fonction de K_2 pour $K_1 = 0{,}5$.

Dans ce cas :

$$K_2 K_3 = \frac{2 UI}{a^2 \sqrt{f}}.$$

Reprenons, par exemple, le dimensionnement de l'inductance de 10^6 vars (10 000 V, 100 A) pour une fréquence de 10^6 Hz.

Nous choisissons $K_1 = 0{,}5$ et $a = 25$ cm.

Alors :

$$K_2 K_3 = \frac{2.10^6}{1{,}56.10^4.10^3} \sim 0{,}128,$$

$$K_2 \sim 1{,}22 \text{ (donné par la courbe)},$$

$$K_3 \sim 0{,}105.$$

Nous obtenons successivement :

Longueur de l'enroulement :

$$b = 2 a K_2 = 2 \times 25 \times 1{,}22 = 61 \text{ cm}.$$

Coefficient de Nagaoka :

$$K_4 = 0{,}73.$$

Diamètre du conducteur :

$$d = 5 \sqrt{\frac{K_4}{K_3}} f^{\frac{1}{4}} . 10^{-4}$$

$$= 5 \sqrt{\frac{0{,}73}{0{,}105}} (10^6)^{\frac{1}{4}} . 10^{-4} \simeq 4{,}17 \text{ cm}.$$

Pas de l'enroulement :

$$p = \frac{d}{K_1} = \frac{4{,}17}{0{,}5} = 8{,}34 \text{ cm}.$$

Nombre de spires :

$$n = \frac{b}{p} = \frac{61}{8{,}34} \simeq 7{,}3.$$

Pratiquement, ces chiffres seront arrondis aux valeurs suivantes :

$d = 4{,}2$ cm, $p = 8$ cm, $n = 8$, $b = np = 64$ cm.

3.3. *Étant donné la fréquence, le coefficient de surtension, le rapport du diamètre du conducteur au pas, quel est le rapport de la longueur de l'enroulement à son diamètre conduisant à une inductance de valeur donnée mais de volume minimum ?*

Le coefficient de surtension étant donné, nous avons :

$$a = \frac{Q}{K_3 \sqrt{f}},$$

$$b = K_2 \times 2a = \frac{2 K_2 Q}{K_3 \sqrt{f}}.$$

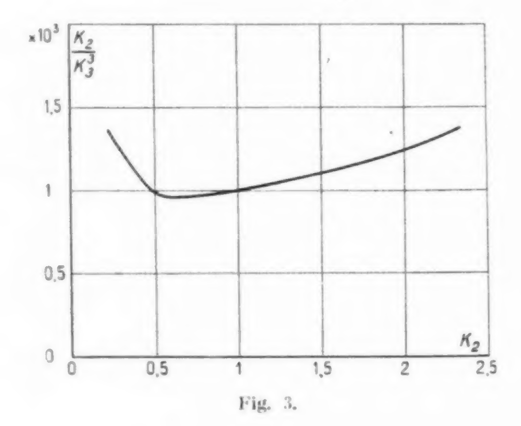


Fig. 3.

Le volume de l'inductance est alors :

$$V = \pi a^2 b = \frac{K_2}{K_3^3} \frac{2 \pi Q^3}{f^{\frac{3}{2}}};$$

il est proportionnel à $\frac{K_2}{K_3^3}$.

Pour trouver le volume minimum il suffit donc, après avoir choisi K_1, de tracer la courbe $\frac{K_2}{K_3^{\frac{3}{2}}} = f(K_2)$ en utilisant le réseau de la figure 1.

La courbe de la figure 3 a été tracée pour $K_1 = 0{,}5$. Le minimum correspond à $K_2 \simeq 0{,}6$. Toutefois le choix de K_2 n'est pas critique entre 0,5 et 1.

Par raison de commodité, on choisira souvent $K_2 = 1$ et l'on fera le dimensionnement comme indiqué précédemment.

3.4. *Étant donné la fréquence, le coefficient de surtension, le rapport du diamètre du conducteur au pas, quel est le rapport de la longueur de l'enroulement à son diamètre conduisant à une inductance de valeur donnée et occupant un espace minimum, si l'on s'impose que les parois du meuble dans lequel est logée l'inductance (ou les organes voisins) doivent être éloignés de cette inductance d'une distance au moins égale à son rayon ?*

L'espace nécessaire est alors :

$$E = \pi \times 4a^2(b + 2a)$$
$$= 8\pi a^3(K_2 + 1),$$

ou, en remplaçant a par sa valeur $\frac{Q}{K_3\sqrt{f}}$:

$$E = 8\pi \frac{Q^3}{K_3^{\frac{3}{2}} f^{\frac{3}{2}}}(K_2 + 1).$$

Cet espace est proportionnel à $\frac{K_2 + 1}{K_3^{\frac{3}{2}}}$.

Pour trouver l'espace minimum, il suffit donc, après avoir choisi K_1, de tracer la courbe $\frac{K_2 + 1}{K_3^{\frac{3}{2}}} = f(K_2)$ en utilisant le réseau de la figure 1.

La courbe de la figure 4, tracée pour $K_1 = 0{,}5$, montre que E décroît d'abord rapidement; cette décroissance devient ensuite très faible pour K_2 supérieur à 1. Un minimum très peu marqué correspond approximativement à $K_2 = 2{,}5$.

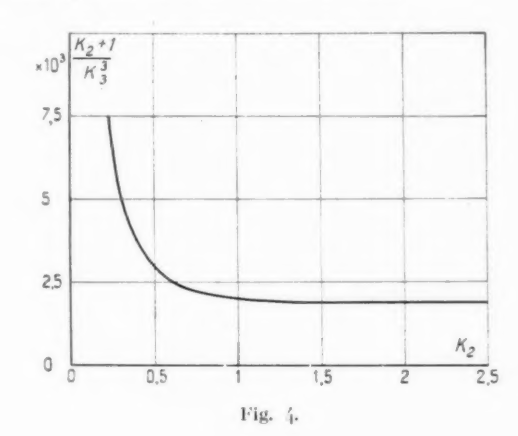


Fig. 4.

Comme pour le problème précédent, seules, des raisons de commodité permettent de choisir K_2 entre 1 et 3 par exemple. Le dimensionnement se fera ensuite comme nous l'avons indiqué.

MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DES ABERRATIONS D'UN ENSEMBLE DE DÉVIATION MAGNÉTIQUE

PAR G. WENDT,

Département « Électronique » du Centre de Recherches techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Un tube cathodique à col très long permet l'emploi des deux systèmes de déviation successifs. Un premier ensemble auxiliaire concentration-déviation, supposé parfait, placé près du wehnelt, permet d'obtenir un pinceau fin qui décrit un cône d'assez grande ouverture. Le deuxième ensemble, à étudier, donne pour diverses déviations les contours du spot qui serait obtenu pour un faisceau de même ouverture dans un tube normal.*
L'auteur indique comment séparer les aberrations et calculer leurs coefficients à partir des figures observées. (C. D. U. : 621.385.832.)

SUMMARY. — *A long-neck cathode ray tube may use two deflecting systems arranged in cascade. First, a combined unit is located near the Wehnelt electrode and performing both focussing and deflecting functions, enables a very sharp electron beam to be obtained which sweep a cone of a fairly wide aperture angle. The second unit, to be studied, gives, for various deflections, the outlines of the spot which would be obtained with the same beam width in a conventional tube. The author shows how to separate the aberrations and calculate their coefficients from the observed patterns.* (U. D. C. : 621.385.832.)

1. INTRODUCTION.

L'opinion d'après laquelle il existe une bobine de déviation universelle, utilisable pour tous les tubes cathodiques, (et dont la forme est alors recherchée au prix de grands efforts) est encore souvent répandue. En réalité, une telle bobine est utopique; de même qu'un objectif d'appareil photographique corrigé pour de très grandes ouvertures de diaphragme ne peut être aussi bon pour des diaphragmes très petits qu'un objectif corrigé pour une petite ouverture (surtout en ce qui concerne la distorsion), de même certains systèmes de déviation ne sont supérieurs à d'autres que pour une application déterminée, et restent inférieurs pour les autres applications.

Tout comme il existe des objectifs photographiques de performances moyennes ou des objectifs grands angulaires ou des objectifs à grande ouverture ou même des téléobjectifs, on peut définir pour chaque type d'utilisation d'un tube cathodique des bobines de déviation présentant le compromis optimum entre les diverses aberrations. D'autre part, comme la meilleure solution pour l'optique électronique n'est pas forcément la plus satisfaisante du point de vue de la technologie, des circuits ou du prix, de nouveaux compromis donneront toujours naissance à des formes nouvelles de bobines; il ne peut donc être question d'une forme unique, parfaite et universelle, des blocs de déviation.

En raison du grand nombre des formes de bobines possibles, il est important de les cataloguer et de chiffrer leurs principales propriétés. Le but du présent travail est de donner un moyen de déterminer quantitativement les propriétés optiques des systèmes de déviation.

En premier lieu, l'auteur traite brièvement de la mesure des grandeurs caractéristiques des bobines, à savoir : le pouvoir déviateur, la position des plans principaux, la déviation maxima, et il indique quelles sont les aberrations du second et du troisième ordre et la manière dont elles déforment le pinceau et le spot électroniques. Ensuite, il décrit un appareillage qui permet de relever la forme du spot avec exac-

titude, pour différentes ouvertures du faisceau et différents angles de déviation; il termine en montrant comment on peut, au moyen des figures observées, séparer les différentes sortes d'aberrations les unes des autres et les chiffrer (en commençant par les défauts de focalisation pour terminer par les déformations des trames ou distorsions géométriques).

2. DÉTERMINATION DES CONSTANTES OPTIQUES DES BOBINES DE DÉVIATION.

2.1. Les grandeurs de base d'un ensemble de déviation.

Au point de vue de l'optique électronique on fait une distinction entre les grandeurs de base des bobines de déviation et leurs aberrations. Les grandeurs de base sont le pouvoir déviateur, la position des plans principaux et l'angle de déviation maximum.

Au lieu du pouvoir déviateur, on indique souvent la sensibilité d'une bobine de déviation, c'est-à-dire le courant nécessaire pour obtenir sur l'écran fluorescent une déviation de 1 cm par exemple. La sensibilité dépend cependant de la tension anodique, et des dimensions du tube utilisé de même que du nombre de spires de la bobine. Il semble indiqué de se libérer de ces grandeurs supplémentaires et de définir un pouvoir déviateur qui dépende uniquement de la forme des bobines, ce que nous ferons plus loin.

Pour déterminer les grandeurs de base, considérons

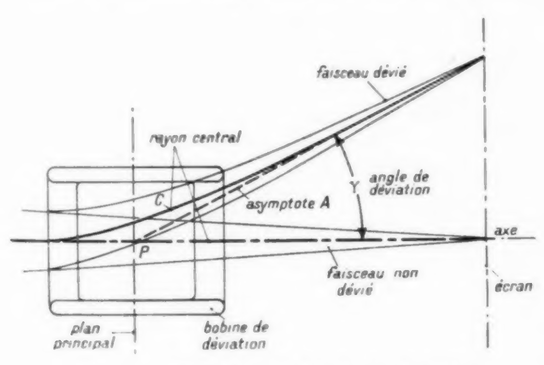


Fig. 1. — Définition de l'angle de déviation et du plan principal.

la figure 1. L'axe du pinceau d'électrons non dévié coïncide avec l'axe optique du tube. Lorsqu'on envoie un courant à travers la bobine, le faisceau est dévié et son électron central décrit une courbe C, qui est fortement incurvée dans la zone du champ déviateur, pour se rapprocher de plus en plus d'une asymptote A à l'extérieur de celui-ci. L'asymptote fait l'angle de déviation γ avec l'axe optique et coupe

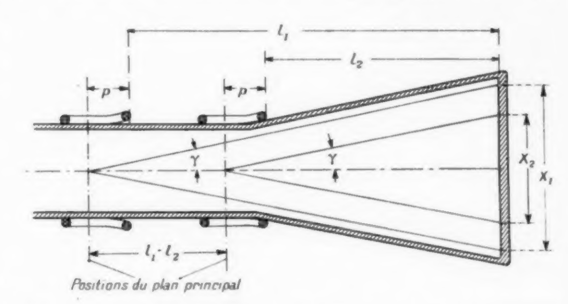


Fig. 2. — Détermination de la position du plan principal d'une bobine de déviation par rapport à ses côtes extérieures.

ce dernier au point principal P. Le plan perpendiculaire à l'axe optique au point principal est le ***plan principal*** de la bobine. Si la bobine a un plan de symétrie perpendiculaire à l'axe (de sorte qu'une des moitiés de la bobine soit une réplique de l'autre) ce plan de symétrie est en même temps plan principal de la bobine. Pour des bobines ne possédant pas un tel plan de symétrie, on trouve une position du plan principal au moyen d'un arrangement esquissé dans la figure 2. On mesure les déviations X_1 et X_2 d'un pinceau fin dévié par la même tension alternative pour deux distances différentes l_1 et l_2 de la bobine à l'écran. La mesure des quantités X_1 et X_2 doit naturellement être effectuée sans parallaxe. L'angle de déflection est alors

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{X_1 - X_2}{2(l_1 - l_2)} \tag{1}$$

et la distance du plan principal au bord de la bobine (repéré par une marque précise tracée sur celle-ci) :

$$p = \frac{1}{2} X_2 \operatorname{cotg} \gamma - l_2 = \frac{X_2 l_1 - X_1 l_2}{X_1 - X_2}. \tag{2}$$

Dans un système de deux paires de bobines déviant le faisceau dans des directions perpendiculaires, les plans principaux ne sont pas toujours confondus et l'on doit en général les déterminer séparément.

Le ***pouvoir deviateur*** est défini par la relation [1]

$$D = \operatorname{tg} \gamma \frac{\sqrt{\frac{2m}{e} U}}{\mu_0 J n} = 2{,}68 \operatorname{tg} \gamma \frac{\sqrt{U}}{J n}, \tag{3}$$

où

$$\frac{e}{m} = 1{,}759 \cdot 10^{11} \quad (\mathrm{Cb.kg^{-1}})$$

représente la charge spécifique d'électron;

$$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7} \quad (\mathrm{H}/m^{-1}),$$

la perméabilité du vide et γ l'angle de déviation mesuré pour une tension anodique U et un courant J à travers la bobine. Quant à n, c'est le nombre de spires d'une des bobines d'une paire de bobines de déviation.

L'angle de deviation maximum est donné par l'interception du faisceau par le col du tube (*fig.* 3). Sa grandeur est définie par le point sur l'écran où le

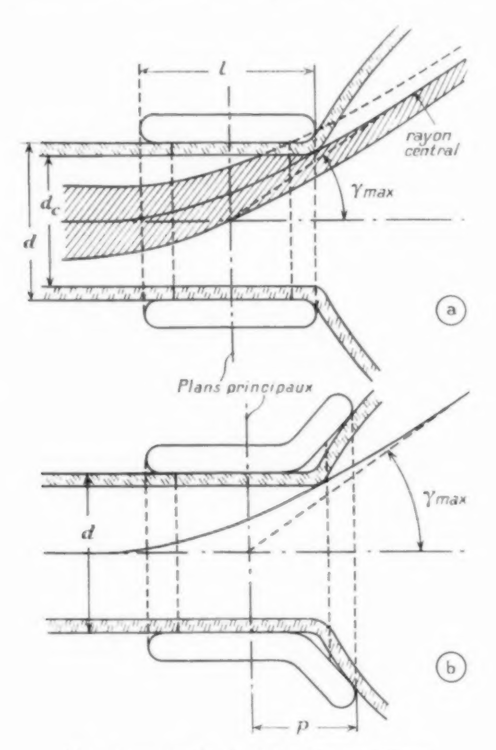


Fig. 3. — Angle de déviation maximum.

courant de faisceau tombe à la moitié de sa valeur au centre, c'est-à-dire en pratique lorsque la trajectoire centrale du faisceau touche la paroi intérieure du col du tube. Pour des bobines de déviation symétriques avec plan principal au milieu, on peut en première approximation écrire

$$(4) \qquad \mathrm{tg}\, \gamma_{\max} = \frac{d_c}{l},$$

où l est la longueur de la bobine et d_c le diamètre intérieur du col du tube. En réalité, cet angle est un peu plus petit, car la trajectoire centrale du faisceau ne peut pas encore être remplacée par son asymptote. On mesure au mieux $\gamma_{\max}$ expérimentalement.

Dans cette définition de plus grand angle de déviation on doit naturellement considérer l'ensemble bobines-tube. Comme on désirerait naturellement caractériser la bobine elle-même, on peut introduire un angle de déviation maximum « idéal » pour une paroi de tube d'épaisseur infiniment petite. On a alors

$$(4a) \qquad \mathrm{tg}\, \bar{\gamma}_{\max} = \frac{d}{l},$$

où d est maintenant le diamètre intérieur de la bobine. Il est encore préférable de remplacer cette grandeur par la distance p du plan principal à l'arête du tube contre laquelle vient buter la bobine lorsqu'on la glisse sur le tube (*fig.* 3 *b*). On a alors

$$(4b) \qquad \mathrm{tg}\, \bar{\gamma}_{\max} = \frac{d}{2p}.$$

Entre les angles de déviation maximum réels et idéaux existe alors la relation

$$(5) \qquad \mathrm{tg}\, \gamma_{\max} = k\, \mathrm{tg}\, \bar{\gamma}_{\max},$$

où le facteur k a une valeur comprise entre 0,8 et 0,9 selon le tube.

2.2. Généralités sur les aberrations.

Considérons maintenant la manière de déterminer les coefficients d'aberration. On exige d'une déviation idéale qu'elle soit proportionnelle au courant passant dans les bobines et qu'elle laisse le faisceau sur les bords aussi bien concentré qu'il l'était au centre. En pratique cela ne se passe pas ainsi. Les bobines réelles présentent des aberrations dites géométriques ou distorsions, quand la proportionalité n'est pas conservée, et des aberrations de focalisation, quand le faisceau ne demeure pas concentré au cours de la déviation. En outre, on distingue des aberrations de second et de troisième ordre. La grandeur des aberrations dépend de l'angle de déviation γ (ou plus exactement de tg γ) et du demi-angle d'ouverture ω du faisceau à convergent sur l'écran. La somme des exposants de tg γ et ω dans les formules mathématiques des aberrations est de deux pour les aberrations du second ordre; pour les aberrations du troisième ordre, elle est de trois. Presque tous les ensembles de bobines de déviation employés en télévision et en détection électromagnétique présentent une double symétrie (*fig.* 4 *a* et *b*); ils sont symétriques par rapport à deux plans perpendiculaires entre eux, qui se coupent sur l'axe optique

(c'est-à-dire celui du tube et du faisceau d'électrons non dévié.) Or, de tels ensembles de déviation ne présentent en principe que des aberrations d'ordre

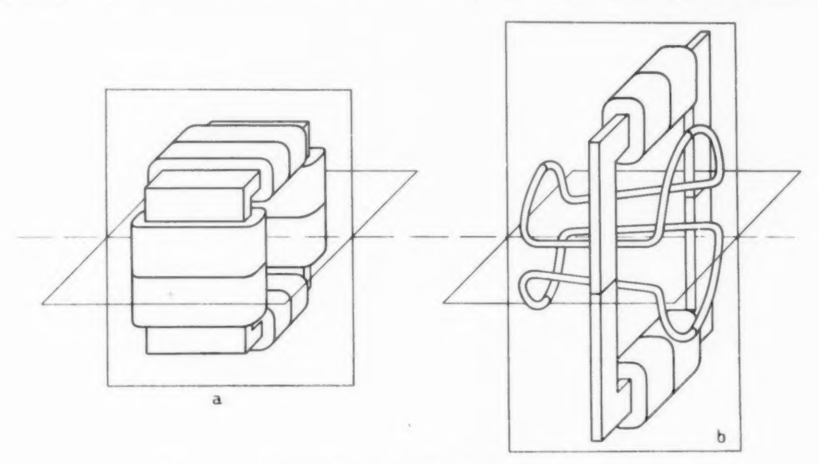


Fig. 4. — Ensembles de déviation à double symétrie.

impair, donc en première approximation des aberrations du troisième ordre. Cependant, si les bobines ne sont pas exécutées convenablement ou ne sont pas suffisamment symétriques et centrées par rapport à l'axe optique, des aberrations du deuxième ordre apparaîtront également. On appellera bobines à symétrie idéale des bobines qui ne présentent que des aberrations d'ordre impair.

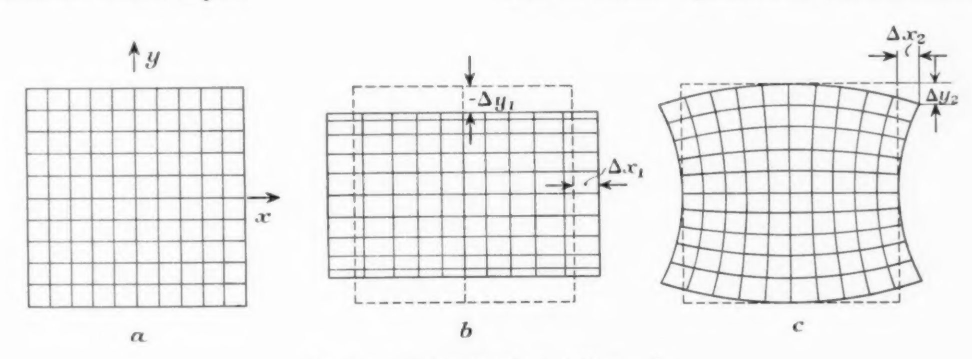


Fig. 5. — Distorsions du troisième ordre.
a. Réseau idéal sans aberrations. *b*. Aberration d'échelle (coefficients $A_1 > 0$ et $B_1 < 0$). *c*. Courbure du réseau (coefficients $C_1 > 0$ et $C_2 < 0$).

2.3. Aberrations géométriques ou distorsions.

Il est indiqué d'examiner tout d'abord les aberrations géométriques ou distorsions. Supposons que l'on envoie dans l'une des paires de bobines d'un ensemble de déviation un courant alternatif, de manière que la trace du faisceau sur l'écran soit une droite allant jusqu'aux bords de celui-ci et que l'on fasse passer dans l'autre paire de bobines un courant continu, dont on puisse modifier la grandeur d'un montant toujours égal à lui-même. On devrait alors obtenir sur l'écran avec des bobines idéales, c'est-à-dire absolument dépourvues de défauts, une série de droites lumineuses parallèles et équidistantes. Si l'on permutait les courants envoyés dans chaque paire de bobines, on devrait obtenir de même une série de droites équidistantes perpendiculaires aux précédentes et comme image d'ensemble (obtenue par exemple en photographiant tous les traits lumineux sur le même film) la trame idéale reproduite à la figure 5 *a*.

2.3.1. Distorsions du troisième ordre. — Les

bobines ayant en réalité des défauts, la trame ne sera à peu près conservée dans sa forme idéale que dans le milieu de l'écran. Sur les bords apparaîtront des déformations (*fig.* 5 *b* et *c*). Définissons dans le plan de l'écran un système de coordonnées cartésiennes tel que son axe x se trouve dans le plan de déviation de la première paire de bobines et son axe y dans celui de la seconde. Ces axes coïncident donc également avec les traces de plans de symétrie représentés sur la figure 4 dans le plan de l'écran. Appelons maintenant γ_x et γ_y les angles de déviation correspondants. Il est alors possible pour des bobines à symétrie idéale de représenter les déformations du réseau en première approximation par les relations suivantes :

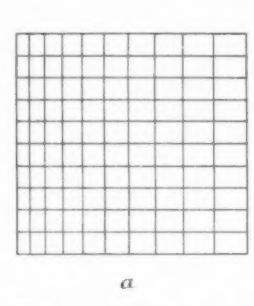
$$(6)\quad \left\{ \begin{aligned} \Delta\gamma_x &= \frac{\Delta x}{L_x} = A_1 \operatorname{tg}^3\gamma_x + C_1 \operatorname{tg}\gamma_x \operatorname{tg}^2\gamma_y, \\ \Delta\gamma_y &= \frac{\Delta y}{L_y} = B_1 \operatorname{tg}^3\gamma_y + C_2 \operatorname{tg}^2\gamma_x \operatorname{tg}\gamma_y ; \end{aligned} \right.$$

L_x et L_y représentent ici les distances des plans principaux des deux paires de bobines à l'écran (le plus souvent on aura $L_x = L_y$). Les coefficients exprimés indiqués par des lettres majuscules sont les coefficients d'aberrations du troisième ordre, c'est-à-dire des aberrations pour lesquelles la somme des exposants de $\operatorname{tg}\gamma_x$ et $\operatorname{tg}\gamma_y$ est égale à trois (1). Les coefficients A_n dépendent de la forme des bobines déviant dans la direction x, B_n de celles déviant dans la direction y, et C_n des deux. Les coefficients A_1 et B_1 illustrent la modification de l'échelle, représentée à la figure 5 *b*, et les coefficients C_1 et C_2, la courbure des lignes du réseau, représentée sur la figure 5 *c*.

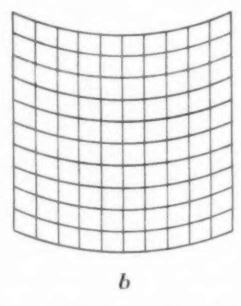
(1) Ces coefficients ne sont identiques à ceux que l'auteur a désignés de la même manière dans un travail antérieur [1] qu'à certains facteurs constants près qui dépendent de L_x et L_y.

2.3.2. Distorsions du deuxième ordre. — Si les bobines ne sont pas exécutées ou centrées convenablement, c'est-à-dire si elles ne présentent pas la symétrie idéale, on aura encore des aberrations géométriques de second ordre, dont nous désignerons les coefficients par des lettres minuscules, et qui sont données par les relations

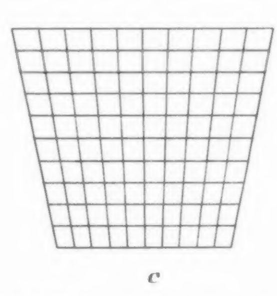
$$(7)\quad \left\{ \begin{aligned} \Delta\gamma_x &= \frac{\Delta x}{L_x} = a_1 \operatorname{tg}^2\gamma_x + b_2 \operatorname{tg}^2\gamma_y\,\lambda + c_1 \operatorname{tg}\gamma_x \operatorname{tg}\gamma_y, \\ \Delta\gamma_y &= \frac{\Delta y}{L_y} = b_1 \operatorname{tg}^2\gamma_y + a_2 \operatorname{tg}^2\gamma_x\,\frac{1}{\lambda} + c_2 \operatorname{tg}\gamma_x \operatorname{tg}\gamma_y \\ &\left(\lambda = \frac{L_x}{L_y}\right). \end{aligned} \right.$$



a



b



c

Fig. 6. — Distorsions du second ordre dues aux imperfections de la fabrication et du centrage des bobines de déviation.

a. Tous coefficients nuls, sauf a_1. *b*. Tous coefficients nuls, sauf a_2. *c*. Tous coefficients nuls, sauf c_1.

La figure 6 indique l'influence des différentes constantes sur la forme du réseau, en supposant que seule une des paires de bobines soit mal construite ou mal centrée : a_1 donne une modification de l'échelle, b_1 une courbure de l'axe des x et c_1 la déformation en trapèze bien connue. Les trois coefficients de l'autre bobine agissent de même, les déformations sont seulement décalées de 90° par rapport à celles-ci. On peut ainsi se représenter l'effet produit par une superposition de chacun de ces défauts. La figure 24 montrera d'ailleurs un réseau où des aberrations géométriques du deuxième et troisième ordre sont superposées.

2.4. Aberrations de concentration.

On distingue ici courbure de champ, astigmatisme et coma. Elles augmentent non seulement avec l'angle de déviation mais aussi avec l'angle d'ouverture ω du faisceau.

2.4.1. Aberrations de concentration du troisième ordre. — Pour des bobines présentant la symétrie idéale, la coma croît comme $\operatorname{tg}\gamma$ et ω^2,

courbure de champ et astigmatisme, qui sont étroitement liés, croissent comme $\mathrm{tg}^2\gamma$ et ω. *L'astigmatisme et la courbure de champ* du troisième ordre sont donnés par les relations

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} -\Delta\gamma_x &= -\frac{\Delta x}{L_x} = A_4\,\mathrm{tg}^2\gamma_x\,\omega_x + B_5\,\mathrm{tg}^2\gamma_y\,\omega_x\,\lambda \\ &\quad + C_6\,\mathrm{tg}\,\gamma_x\,\mathrm{tg}\,\gamma_y\,\omega_y\sqrt{\lambda}, \\ -\Delta\gamma_y &= -\frac{\Delta y}{Ly} = B_4\,\mathrm{tg}^2\gamma_y\,\omega_y + A_5\,\mathrm{tg}^2\gamma_x\,\omega_y\,\frac{1}{\lambda} \\ &\quad + C_6\,\mathrm{tg}\,\gamma_x\,\mathrm{tg}\,\gamma_y\,\omega_x\,\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \\ &\qquad \left(\lambda = \frac{L_y}{L_x}\right), \end{aligned}\right.$$

où ω représente le demi-angle d'ouverture du faisceau (*fig.* 7) et où φ est un angle de rotation autour de l'axe ayant son origine dans le plan z, x. On aura alors

$$\omega_x = \omega\cos\varphi, \qquad \omega_y = \omega\sin\varphi.$$

La manière dont astigmatisme et courbure de champ agissent sur le pinceau est indiquée sur la figure 7. Ces défauts donnent naissance à deux focales, qui, lorsque l'on modifie l'angle de déviation γ, se déplacent sur deux surfaces courbes, caractérisant les *courbures de champ sagittale et tangentielle* Ces surfaces ressemblent à des paraboloïdes. Leurs rayons de courbure au sommet, c'est-à-dire au milieu de l'écran, dépendent des coefficients d'aberration. On aura, pour la section de ces surfaces par le plan x, z :

$$(9)\qquad \frac{R_S}{L_x} = \frac{1}{2A_4}, \qquad \frac{R_T}{L_x} = \frac{1}{2A_5}$$

et pour la section par le plan y, z :

$$(9a)\qquad \frac{R_S}{L_y} = \frac{1}{2B_4}, \qquad \frac{R_T}{L_y} = \frac{1}{2B_5}.$$

Pour une section par un plan quelconque passant par l'axe et passant par un angle θ avec le plan x, z, on obtient pour les rayons de courbure :

$$(9b)\quad \frac{1}{R_S},\ \frac{1}{R_T} = (A_4 + A_5)\frac{\cos^2\theta}{L_x} + (B_4 + B_5)\frac{\sin^2\theta}{L_y} \pm\sqrt{\left\{\begin{aligned}&\left[(A_4 - A_5)\frac{\cos^2\theta}{L_x} - (B_4 - B_5)\frac{\sin^2\theta}{L_y}\right]^2 \\ &\quad + \frac{4C_6^2\cos^2\theta\,\sin^2\theta}{L_x L_y}\end{aligned}\right\}}.$$

Sur l'écran du tube, on obtient en général une ellipse (*fig.* 10 *a*) dont les grands axes restent parallèles aux axes de coordonnées lorsque l'on dévie le faisceau le long de ceux-ci. Lorsqu'on le dévie dans une direction quelconque, le coefficient C_6 introduit une rotation de l'ellipse d'un angle δ_x par rapport à l'axe x (*fig.* 10 *b*) angle qui est donné par

$$(9c)\quad \mathrm{tg}\,2\delta_x = \frac{2C_6\,\mathrm{tg}\,\gamma_x\,\mathrm{tg}\,\gamma_y}{(A_4 - A_5)\,\mathrm{tg}^2\gamma_x + (B_5 - B_4)\,\mathrm{tg}^2\gamma_y}.$$

Cette aberration constitue l'*astigmatisme anisotrope*.

Entre les deux surfaces sur lesquelles se déplacent les focales se trouve une surface qui coupe le faisceau selon un cercle, elle s'appelle surface de *courbure moyenne* et son rayon de courbure au sommet s'obtient à partir des deux précédents au moyen de la relation

$$(10)\qquad \frac{1}{R_M} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_M}\right).$$

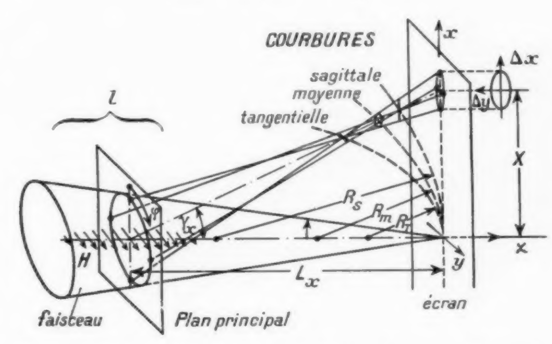


Fig. 7. — Déformation du faisceau électronique sous l'influence de l'astigmatisme et de la courbure de champ (du troisième ordre).

S'il est possible de rendre égaux entre eux les coefficients A_4 et A_5 (et de même B_4 et B_5) les deux lieux géométriques des focales se confondent et le faisceau, au lieu de former deux focales perpendiculaires, est focalisé sur la surface de courbure moyenne avec autant de finesse qu'au centre de l'écran. Toutefois la courbure de la surface moyenne est inévitable. Ce n'est qu'en modifiant la distance focale de la lentille de concentration du canon en synchronisme avec le balayage que l'on arrive à faire tomber la surface de courbure moyenne exactement sur l'écran. Si l'on veut cependant éviter cette complication, on tâchera de rendre aussi grand que possible le rayon de courbure moyen R_M. Ce n'est malheureusement possible que dans certaines limites car R_M dépend fortement de la longueur l du champ de déviation et de la distance L de celui-ci à l'écran (*fig.* 7). En première approximation on peut poser

$$(11)\qquad \frac{1}{R_M} \approx \frac{1}{l} + \frac{1}{L}.$$

Pour avoir une surface moyenne aussi peu courbée que possible, donc un grand rayon R_M, il faut donc

réaliser la bobine aussi longue qu'on le pourra, ce qui a pour conséquence, pour un diamètre de col de tube donné, de réduire l'angle maximum de déviation γ_{max} [*voir* équation (4)].

La séparation des deux focales est mesurée quantitativement par *l'astigmatisme a* :

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_S}\right). \tag{12}$$

Fig. 8. — Déformations caractéristiques du spot en présence de coma.

Comme pour $A_4 = A_5$ et $B_4 = B_5$, on a $a = 0$, les focales tombent ensemble en se réduisant à un point sur la surface de courbure moyenne et l'on obtient sur l'écran comme figure d'aberration un cercle au lieu d'une ellipse (*fig.* 10 *b*).

Tandis que la figure d'aberration causée par l'astigmatisme — une ellipse — possède deux axes de symétrie le spot déformé par la *coma* n'en a qu'un seul. On voit sur la figure 8 quelques formes caractéristiques que le spot acquiert sous l'action de la coma. Si l'ellipse provenant de l'astigmatisme est de plus tournée d'un certain angle par rapport à la direction des axes sous l'influence du coefficient C_6, il n'y a plus alors en présence de coma d'axe de symétrie quelconque pour le spot.

La déformation du spot causée par la coma s'exprime de la façon suivante :

$$(13)\quad \left\{ \begin{aligned} \Delta\gamma_x = \frac{\Delta x}{L_x} &= A_7 \omega_x^2 \operatorname{tg} \gamma_x \\ &\quad + A_8 \omega_y^2 \operatorname{tg} \gamma_x + 2 B_8 \lambda \omega_x \omega_y \operatorname{tg} \gamma_y, \\ \Delta\gamma_y = \frac{\Delta y}{L_y} &= B_7 \omega_y^2 \operatorname{tg} \gamma_y \\ &\quad + B_8 \omega_x^2 \operatorname{tg} \gamma_y + \frac{2 A_8}{\lambda} \omega_x \omega_y \operatorname{tg} \gamma_x. \end{aligned} \right.$$

Un coefficient C dépendant des deux paires de bobines de déviation à la fois n'existe pas pour la coma.

2.4.2. Aberrations de concentration du second ordre. — Dans le cas des bobines imparfaitement construites ou mal centrées on a, à cause du manque de symétrie, un astigmatisme du second ordre. Par contre, il n'existe pas de coma du second ordre. L'astigmatisme du deuxième ordre est donné par les relations suivantes :

$$(14)\quad \left\{ \begin{aligned} \Delta\gamma_x = \frac{\Delta x}{L_x} &= - a_3 \omega_x \operatorname{tg} \gamma_x + b_3 \lambda \omega_x \operatorname{tg} \gamma_y \\ &\quad - (c_3 \operatorname{tg} \gamma_x + c_4 \lambda \operatorname{tg} \gamma_y)\, \omega_y, \\ \Delta\gamma_y = \frac{\Delta y}{L_y} &= - b_3 \omega_y \operatorname{tg} \gamma_y + \frac{a_3}{\lambda} \omega_y \operatorname{tg} \gamma_x \\ &\quad - \left(\frac{c_3}{\lambda} \operatorname{tg} \gamma_x + c_4 \operatorname{tg} \gamma_y\right) \omega_x. \end{aligned} \right.$$

L'action sur le faisceau est un peu différente de celles que l'on a avec un astigmatisme du troisième ordre. Au lieu des surfaces courbes qui sont tangentes à l'écran en leur centre, on a ici comme lieu géométrique des deux focales deux plans inclinés par rapport à l'écran (*fig.* 9) qui forment avec celui-ci des angles égaux et de signe contraire. En l'absence d'aberration du troisième ordre, la figure d'aberration sur l'écran serait un cercle (*fig.* 10 *d*) puisque la surface moyenne coïncide ici avec l'écran. Avec une courbure de

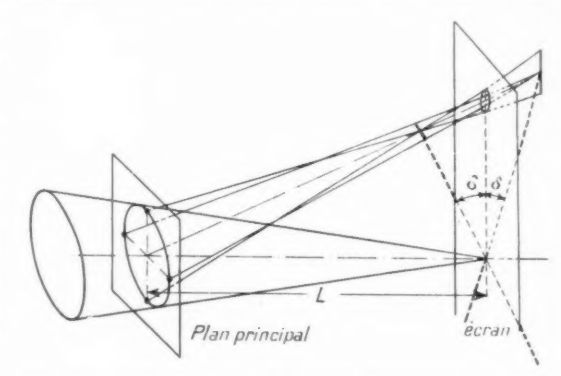


Fig. 9. — Déformation du faisceau électronique sous l'influence de l'astigmatisme de deuxième ordre (bobines mal montées).

champ moyenne du troisième ordre superposée (qui est inévitable) on obtient des ellipses qui de part et d'autre du centre de l'écran échangent leur grand axe avec leur petit axe (*fig.* 10 *e*). Les coefficients c_3 et c_4 de l'astigmatisme anisotrope ont pour effet une rotation de la direction des axes de l'ellipse par rapport aux axes des coordonnées.

Nous sommes ainsi arrivés à la fin de la description des coefficients d'aberrations. Il y a en tout 13 coefficients d'aberration du troisième ordre, ce nombre se réduisant à 7 lorsque les bobines ligne et les bobines images sont identiques, ce qui le plus souvent est le

cas pour des ensembles de déviation modernes. Le nombre des aberrations se réduit encore à 5 quand on emploie des bobines avec répartition sinusoïdale des spires le long de la circonférence de la bobine (*voir* Annexe II). Le nombre des coefficients d'aberrations du deuxième ordre est de 12, mais on n'exigera pas en général de les chiffrer tous, en se bornant dans la plupart des cas à exiger que l'exécution des bobines soit telle qu'ils n'excèdent pas en bloc une certaine valeur.

Fig. 10. — Déformations du spot électronique dues à :
a. l'astigmatisme du troisième ordre (sur l'axe);
b. l'astigmatisme du troisième ordre (lors d'une déviation par les deux paires de bobines);
c. la courbure de champs (inévitable);
d. l'astigmatisme du deuxième ordre ($c_3 = c_4 = 0$);
e. une superposition de *c* et *d*;
f. une superposition de *e* et d'un astigmatisme anisotrope ($c_3 \neq 0$);
g. une superposition de *f* et de coma.

3. MÉTHODE DE MESURE DES ABERRATIONS DE DÉCONCENTRATION.

3.1. Appareillage de mesure.

Pour mesurer avec une précision suffisante les aberrations définies dans le paragraphe précédent, il est nécessaire d'avoir un appareil qui permette de tracer avec netteté les contours du spot électronique déformé, pour différents angles de déviation et différentes ouvertures du faisceau. Il est avantageux de se servir pour cela d'un faisceau creux, afin que le contour obtenu ne soit pas rendu flou par les électrons internes du faisceau, qui correspondent à des angles ω plus petits. Un tel faisceau creux peut être produit d'après A. W. Friend [2], en faisant tourner autour de l'axe du tube un pinceau très fin d'électrons, que l'on concentre en un point au milieu de l'écran en l'absence de déviation. La pointe de ce pinceau, lorsqu'il est dévié par la bobine à étudier, trace le contour de la figure d'aberration désirée.

L'appareillage que nous avons utilisé avait, dans sa version finale, la constitution indiquée dans les figures 11 et 12. Dans un tube cathodique à col spécialement long on place un canon fournissant un faisceau très fin. Du point de croisement du faisceau (« cross-over ») créé par l'électrode de contrôle du canon on forme une première image par une première bobine de concentration C_1 dans le plan principal de la première bobine de déviation D_1 dont les aberrations sont maintenues faibles, et qui est mise en rotation par un moteur du type habituel dans les indicateurs panoramiques de radar (1 t/s environ). Quand on fait passer du courant dans cette bobine tournante, le pinceau décrit un cône dont le sommet est dans le plan principal de la bobine et dont l'angle d'ouverture est proportionnel au courant passant dans cette bobine D_1. On envoie maintenant au moyen d'une seconde bobine de concentration C_2 le pinceau au point milieu de l'écran, de sorte qu'il décrit de nouveau un cône, mais avec le sommet au centre de l'écran cette fois et un angle d'ouverture 2ω qui correspond à notre ω du paragraphe précédent et qui peut être réglé à la valeur désirée au moyen du

courant dans la bobine D_1. Par cette deuxième bobine C_2 on concentre également le faisceau fin sur l'écran du tube en formant la deuxième image du

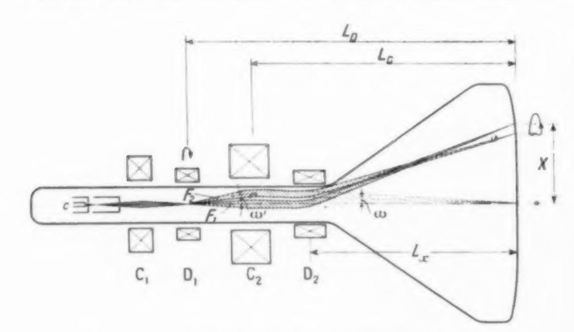


Fig. 11. — Schéma de l'appareillage de mesure.

C, canon produisant un faisceau très fin; C_1, C_2, bobines de concentration; D_1, bobine de déviation tournante; D_2, bobine de déviation à étudier; F_1, faisceau électronique lorsque le courant dans D_1 est nul; F_2, faisceau lorsque la bobine D_1 est en action.

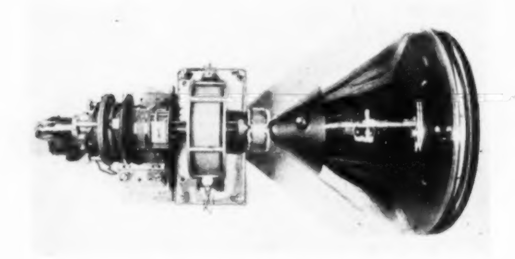


Fig. 12. — Photographie de l'appareil de mesure.

cross-over. Ce n'est qu'alors que le faisceau passe dans les paires de bobines de déviation à étudier D_2, dont les courants permettent d'établir les angles de déviation γ_x et γ_y désirés. La figure décrite sur l'écran par la pointe du faisceau peut alors être photographiée, il est même indiqué de photographier ensemble sur le même film les différentes figures obtenues pour différents angles de déviation des deux bobines, comme on l'a fait pour la photographie reproduite sur la figure 13.

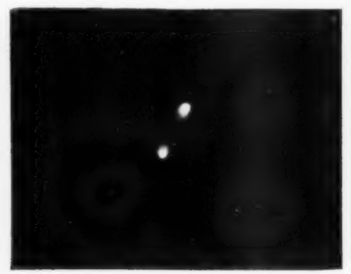
Chacune des bobines employées en dehors de la bobine à étudier doit naturellement être de haute qualité, et doit être montée pour pouvoir être facilement centrée, afin d'assurer la reproductibilité des résultats. Le tube lui-même doit satisfaire à des exigences sévères : col calibré et rigou-



Fig. 13. — Photographie des contours du spot dévié sur l'écran du tube cathodique.

reusement perpendiculaire à l'écran, canon à électrodes exécutées et centrées avec une précision spéciale. Les corps des bobines ne doivent contenir que du fer doux bien recuit ou d'autres corps ferromagnétiques de haute homogénéité. Nous avons effectué le centrage des bobines de concentration par rapport au faisceau au moyen de courant alternatif à 50 périodes, d'amplitude crête à crête égale au courant continu utilisé pour la concentration. Il se





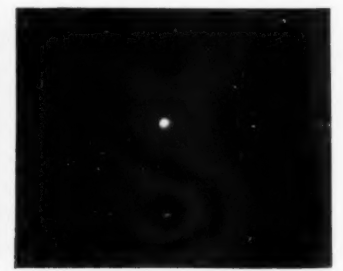


Fig. 14. — Centrage des bobines de concentration au moyen du courant alternatif.

forme ainsi sur l'écran une figure qui a la forme d'une sangsue et que l'on essaye de réduire à un point en centrant la bobine (*fig.* 14). Quand celle-ci est bien centrée les deux points clairs tombent ensemble au centre du cercle qui correspond au passage à zéro du courant dans la bobine.

Nous avons effectué le centrage de la bobine de déviation D_1 en observant le cercle tracé sous son action sur l'écran par le spot, les bobines C_2 et D_2 n'étant pas alimentées et en nous arrangeant pour qu'il soit marqué d'une façon régulière par le col du tube. Pour éliminer l'action du champ terrestre, il est utile de tourner l'axe de tout l'appareillage dans sa direction. On peut aussi employer de grandes bobines de Helmholtz. Si l'on utilise des blindages en matériaux ferromagnétiques, il faut prendre soin qu'ils ne produisent aucune distorsion des champs.

Quant aux bobines de déviation D_2 à étudier, nous les avons centrées de telle manière que les figures d'aberration observées soient les plus symétriques possibles par rapport au centre de l'écran. Par exemple, on doit s'arranger pour que la figure d'aberration que l'on obtient pour une déviation x soit pratiquement une réplique de celle qui est obtenue pour une déviation $-x$, de même celle qui se produit pour une déviation y doit être une réplique de celle qui est produite pour une déviation $-y$.

Comme les aberrations dépendent de la distance des bobines à l'écran (*voir* par exemple la figure 25) et ne sont pas simplement homothétiques, il est nécessaire d'avoir une série de tubes de longueurs et par conséquent de diamètres d'écran différents, pour pouvoir rendre l'appareillage vraiment universel. Il faut aussi avoir soin de maintenir constants tous les courants et toutes les tensions d'un essai à l'autre.

3.2. **Mesures.**

Avant d'aborder la mesure des aberrations proprement dites, il faut mesurer l'angle d'ouverture ω du cône décrit par le pinceau en fonction du courant passant dans la bobine de déviation tournante D_1. Pour cela, on coupe le courant sur les bobines C_2 et D_2 et l'on focalise le faisceau sur l'écran avec la bobine C_1. Lorsque l'on fait tourner la bobine de déviation D le faisceau décrit alors un cercle dont on mesure le diamètre d_1 en fonction de l'intensité i_1 passant dans la bobine tournante D_1. L_D étant la distance du plan principal de D_1 à l'écran, le demi-angle d'ouverture ω' du cône ainsi décrit par le faisceau est donné par la relation

$$\operatorname{tg}\omega' = \frac{d_1}{2L_D}.$$

Ce cône est maintenant brisé par la bobine de concentration C_2 et se continue par un second cône dont la pointe est au centre de l'écran. L_C étant la distance du plan principal objet de cette bobine de concentration à l'écran, on trouve le demi-angle d'ouverture ω cherché :

$$(15)\qquad \operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg}\omega'\,\frac{L_D - L_C}{L_C} = \frac{d_1}{2}\,\frac{L_D - L_C}{L_D L_C} = f(i_1).$$

Dans la plupart des lentilles magnétiques, les plans principaux objet et image sont tellement près l'un de l'autre que l'on peut sans grande erreur les confondre avec le plan de symétrie de la lentille.

L'angle de déviation γ_x se calcule simplement à partir de la déviation x sur l'écran et de la distance L_x du plan principal de la bobine à examiner D_2 à l'écran. Il en est de même pour γ_y et l'on a

$$(16)\qquad \operatorname{tg}\gamma_x = \frac{x}{L_x}, \qquad \operatorname{tg}\gamma_y = \frac{y}{L_y}.$$

Si les figures d'aberrations sont grandes, leurs distances au centre de l'écran sont difficiles à préciser. On peut alors couper le courant dans les bobines tournantes pour obtenir un point immobile que l'on photographie sur le même film, ou sur un autre film qui donne ainsi un repère de position.

Les contours des figures et les distances x ont été mesurés au microscope à plateau, qui permet d'estimer encore le micron. L'appareil photographique (dans notre cas un Foca) est toujours placé à la même distance de l'écran pour avoir toujours le même facteur d'homothétie M, qui est naturellement inférieur à 1. Avec les quantités x et y mesurées sur le film on obtient au lieu des formules précédentes pour les angles de déviation les relations suivantes :

$$(17)\qquad \operatorname{tg}\gamma_x = \frac{x}{ML_x}, \qquad \operatorname{tg}\gamma_y = \frac{y}{ML_y}.$$

Les courants passant dans les bobines de déviation à examiner ont été augmentés de quantités égales de manière à obtenir dans chaque direction de déviation, trois à cinq positions du faisceau. De plus nous avons photographié également les contours d'aberrations obtenues sur les diagonales à 45° par rapport aux deux directions de déviation pour les mêmes valeurs de courants. Les distances entre positions successives du faisceau sont donc alors augmentées dans un rapport $\sqrt{2}$. Toutes les figures ont été photographiées sur le même film. De plus, on a pris pour chaque ensemble de déviation des vues pour plusieurs angles d'ouverture ω différents (de 2 à 4), chaque nouvel angle d'ouverture exigeant naturellement une nouvelle photographie.

3.3. **Détermination des coefficients d'aberration en l'absence de défauts de symétrie.**

Considérons tout d'abord le cas où il n'y a pas d'aberrations du deuxième ordre (bobines correctement construites et centrées sur le tube). Les contours des aberrations sont alors donnés par les formules (8) et (13) pour les courbures de champ, l'astigmatisme et la coma, abstraction faite d'aberrations d'ordre supérieur au troisième qui peuvent devenir visibles. Il s'agit maintenant de trouver les coefficients particuliers à partir des contours relevés expérimentalement.

Il est indiqué de commencer par la déviation le long d'un des axes, x par exemple. Dans les formules (8) et (13) tous les termes affectés des constantes B_k et C_k sont alors supprimés, il ne reste que les termes en A_k. De plus, la séparation des coefficients est simplifiée par le fait que les coefficients A_7 et A_8, ainsi d'ailleurs que B_7 et B_8 ne se distinguent pratiquement que par le signe et non par la valeur absolue, bien qu'en théorie ce ne soit pas absolument exact. Si l'on admet donc que ces coefficients ont des valeurs opposées, on peut dessiner toutes les formes d'aberrations possibles d'avance, comme cela a été fait dans les figures 15 *a* à *d*.

$\varkappa = k/R$ →	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	5,0
ECHELLE →	1	1	1	1	1	1	4/5	3/5	2/5
A_4/A_5 ↓ B_4/B_5									
-1/1	τ = 1,00	1,06	1,21	1,39	1,57	1,76	2,24	2,74	5,72
-2/3	1,00	1,05	1,16	1,30	1,45	1,60	2,00	2,41	4,89
-1/2	1,00	1,04	1,14	1,26	1,39	1,52	1,88	2,24	4,47
-1/3	1,00	1,03	1,11	1,21	1,33	1,45	1,76	2,08	4,06
-1/5	1,00	1,03	1,09	1,18	1,28	1,39	1,67	1,95	3,73
-0/1	1,00	1,02	1,06	1,14	1,21	1,30	1,52	1,76	3,23

Fig. 15 *a*. — Table pour calculer les coefficients de troisième ordre : $A_4 < 0$, $A_5 > 0$ ($B_4 < 0$, $B_5 > 0$).

En principe il est possible de lire tous les coefficients à partir d'un seul contour, par exemple celui qui se trouve au bord extérieur. Pour cela, on procède comme nous allons l'indiquer.

La distance AR qui sépare les deux extrémités de la figure d'aberration se trouvant sur l'axe de déviation x (*fig.* 16) ne dépend que du coefficient A_4,

car ces points, qui correspondent aux paramètres d'ouverture

$$\omega_x = \pm\,\omega, \qquad \omega_y = 0$$

qui n'interviennent qu'au carré, sont tous deux

On a construit les cas suivants :

Figure 15 *a* : $A_4 < 0$, $A_5 > 0$;
» 15 *b* : $A_5 > A_4 > 0$;
» 15 *c* : $A_4 > A_5 > 0$;
» 15 *d* : $A_4 > 0$, $A_5 < 0$.

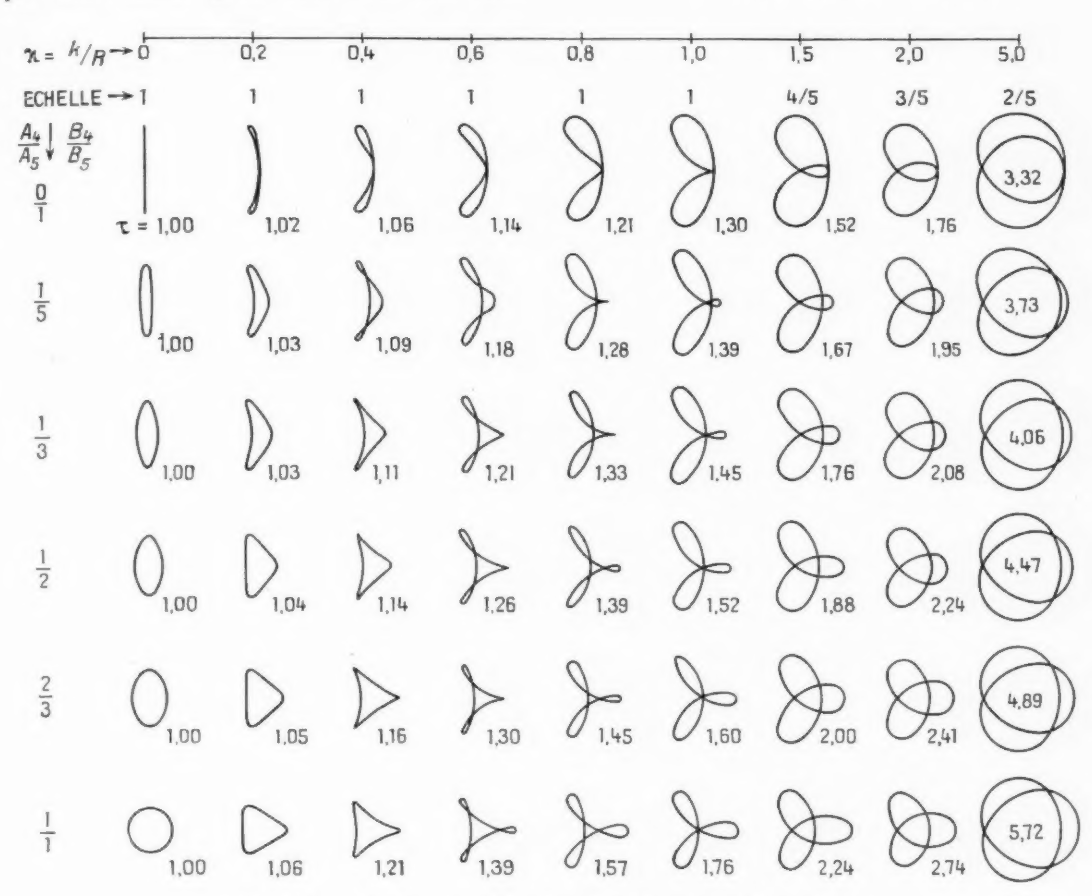


Fig. 15 *b*. — Table pour calculer les coefficients de troisième ordre : $A_5 > A_4 > 0$ $(B_5 > B_4 > 0)$.

déportés par la coma le long de l'axe x d'une quantité égale. On a donc, en valeur absolue

$$(18) \qquad |A_4| = \frac{\Delta R}{2L_x}\,\frac{1}{\omega\,\mathrm{tg}^2\gamma_x}.$$

On déterminera naturellement l'aberration avec d'autant plus de précision que ΔR, c'est-à-dire aussi $\mathrm{tg}\,\gamma_x$ et ω, seront plus grands. Le signe des A_4 (et des A_5) se trouve en comparant le contour obtenu avec les formes représentées sur les figures 15 *a* à *d*.

Le cas $A_4 < 0$, $A_5 < 0$ n'est jamais réalisé, car la courbure moyenne de champ est toujours positive (*voir* § 2.4.1).

La distance ΔT qui sépare les deux extrémités de la figure d'aberration se trouvant à l'axe de déviation x n'est pas déterminée uniquement par la constante de courbure de champ A_5, mais est également un peu agrandie par la coma. Pour trouver la vraie valeur $\Delta T' = \Delta T/\tau$, on cherche de nouveau la figure dans les tableaux 15 *a* à *d* et l'on examine dans quel rapport τ sa dimension, dans le sens per-

pendiculaire à l'axe de déviation, est plus grande que celle de l'ellipse d'astigmatisme pur sur le bord gauche du tableau. (Attention au rapport de réduction des figures, qui sont en réalité de plus en plus grandes que ne l'indique le dessin lorsque l'on progresse vers la droite du tableau.) On a alors

$$(19) \qquad A_5 = \frac{\Delta T'}{2L_0}\,\frac{1}{\mathrm{tg}^2\gamma_{p0}}.$$

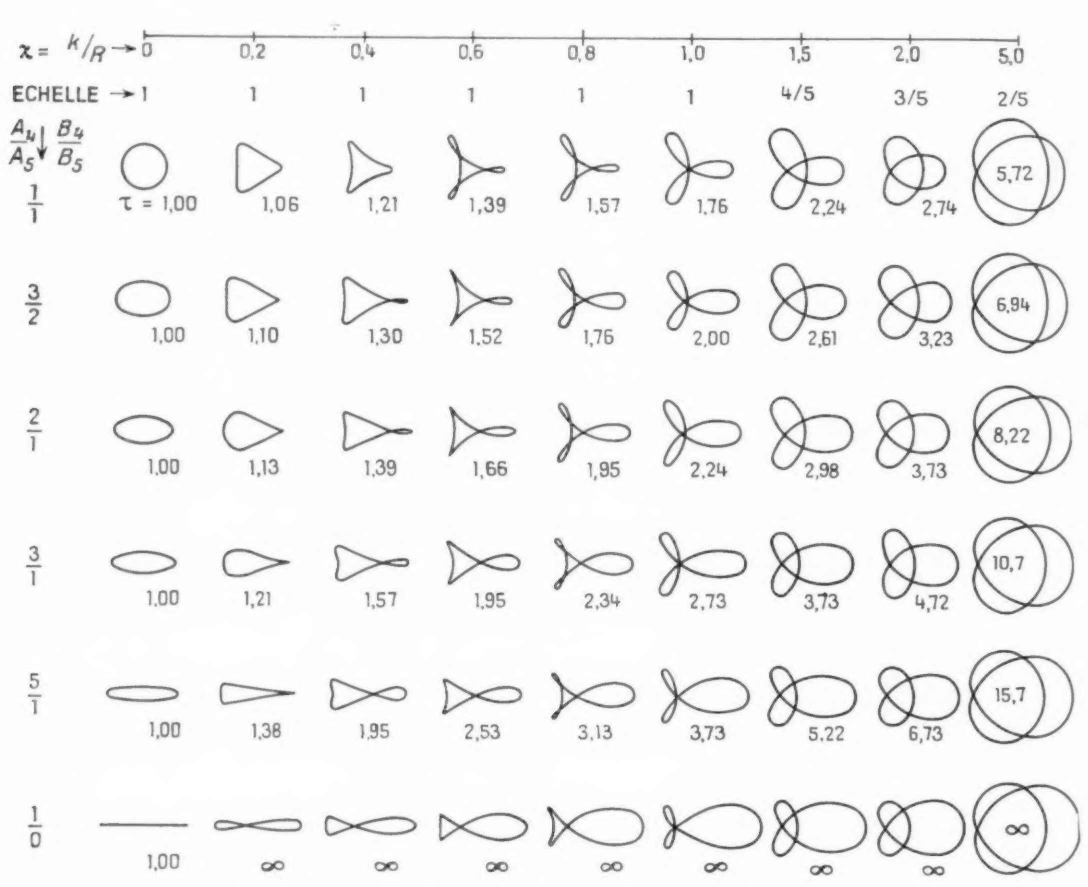


Fig. 15 *c*. — Table pour calculer les coefficients de troisième ordre : $A_4 > A_5 > 0$ ($B_4 > B_5 > 0$).

La valeur du paramètre ϰ indiqué au-dessus de chaque tableau de forme 15 *a* à *d* donne dans chaque cas le rapport de la partie d'aberration due à la coma au rayon

$$(20) \qquad r = \frac{1}{4}(\Delta R + \Delta T')$$

de la figure d'aberration circulaire donnée par la courbure moyenne. Avec la valeur du paramètre ϰ que l'on a ainsi trouvée en comparant le contour observé avec ceux des tableaux et que l'on interpole éventuellement, on calcule enfin le coefficient de la coma

$$(21) \qquad A_7 = -A_8 = \frac{\varkappa}{2\omega}(A_4 + A_5)\,\mathrm{tg}\,\gamma_{p0}.$$

Le signe de A_7 est positif quand la figure observée est orientée de la même manière que dans les tables (la déviation du faisceau étant supposée effectuée de gauche à droite) et négatif dans le cas d'une orientation inverse.

On détermine exactement de la même manière les coefficients B_k.

Comme nous l'avons dit, il suffit en principe, avec des bobines de concentration parfaites et une mesure

Fig. 15 *d*. — Table pour calculer les coefficients de troisième ordre : $A_4 > 0$, $A_5 < 0$ ($B_4 > 0$, $B_5 < 0$).

Ci-contre, fig. 16.

Mesure des dimensions du spot devié le long d'un axe.

Fig. 17. — Mesure du spot sur une diagonale : *a*. Bobines « ligne » et « image » de mêmes dimensions. *b*. Bobines « ligne » et « image » inégales. *c*. Comme *b*, mais l'angle d'ouverture du faisceau ω diminué quatre fois pour réduire l'influence de la coma.

parfaite, de ne considérer qu'une seule figure d'aberration dans chaque direction de déviation. Il vaut toutefois mieux faire les mesures sur plusieurs contours le long des axes et tracer la courbe des valeurs ainsi trouvées pour ΔR et $\Delta T'$ en fonction de $\mathrm{tg}^2 \gamma_x$. Théoriquement on doit obtenir des droites passant par l'origine. Si ce n'est pas le cas, il y a des aberrations du second ordre, provoquées par une asymétrie. Un indice d'asymétrie est aussi donné quand on obtient une figure qui n'est pas symétrique par rapport à la direction de déviation (*fig.* 10 *f* et *g*). Nous indiquerons comment séparer ces aberrations de celles du troisième ordre au paragraphe suivant.

Nous devons encore nous consacrer au calcul du dernier coefficient du troisième ordre encore manquant C_6. Si les paires de bobines qui dévient dans les deux directions perpendiculaires l'une à l'autre ont la même forme, les mêmes dimensions et des plans principaux confondus ($L_x = L_y = L$), ce qui est souvent le cas pour des ensembles de déviation modernes, tous les A_k sont égaux aux B_k et la figure d'aberration est symétrique par rapport à la direction diagonale (*fig.* 17 *a*). On mesure alors comme on le faisait le long des axes de déviation la distance ΔR_D des points extrêmes du contour sur la diagonale et l'on obtient pour C_6 :

$$(22) \qquad C_6 = \frac{\Delta R_D}{6\,\mathrm{tg}^2 \gamma_D} - A_4 - A_5,$$

formule que nous justifierons dans l'Annexe I et où γ_D se rapporte à l'angle de déviation le long de la diagonale. Si

$$(23) \qquad D = \sqrt{x^2 + y^2}$$

est la distance du contour au centre de l'écran (sur le film), on aura

$$\mathrm{tg}\,\gamma_D = \frac{DM}{L_x},$$

où M indique le rapport d'homothétie des longueurs sur le film aux longueurs sur l'écran.

Dans le cas où les deux paires de bobines ne sont pas identiques, la figure d'aberration n'est pas en général symétrique par rapport à la direction de la diagonale (*fig.* 17 *b*). Pour déterminer la constante C_6 on s'arrangera alors pour ne pas rendre l'angle d'ouverture du faisceau trop grand afin de laisser à peine paraître la coma (*fig.* 17 *c*). On détermine alors l'angle δ dont l'ellipse d'astigmatisme a tourné par rapport à la position symétrique qu'elle devrait avoir en l'absence de ce défaut.

On a alors pour C_6 (*voir* Annexe I) :

$$(24) \qquad \mathrm{tg}\,2\delta = \frac{A_4 - A_5 - (B_4 - B_5)\lambda}{2 C_6 \sqrt{\lambda}},$$

$$(24a) \quad C_6 = \frac{1}{2}\left| (A_4 - A_5)\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - (B_4 - B_5)\sqrt{\lambda} \right| \mathrm{cotg}\,2\delta.$$

Le signe de C_6 s'obtient dans le cas de paires de bobines identiques dans les deux directions de déviation de la même manière que pour le signe des A_4, en comparant la forme du contour d'aberrations avec celles des tables 15 *a* à *d*. Si la forme se trouve

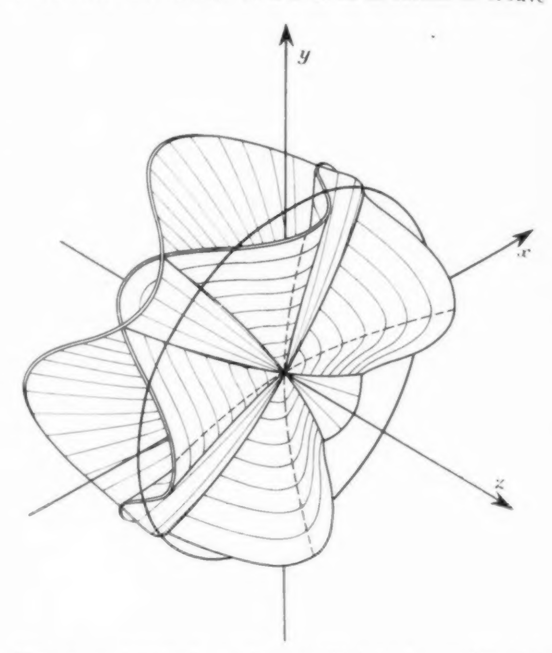


Fig. 18. — Aspect des surfaces sagittale et tangentielle pour les aberrations relevées à la figure 14. Sur leurs lignes d'intersection l'astigmatisme s'annule. L'ellipse désigne le pourtour de l'écran dans le plan *xy* des coordonnées.

à la table 15 *b* on doit introduire une valeur négative pour ΔR_D dans l'équation (22), sinon toujours une valeur positive. Dans le cas de bobines non identiques dans les deux directions de déviation, le signe de C_6 est donné par la relation (24 *a*), quand on compte l'angle de rotation δ positivement dans le sens trigonométrique.

Il convient de remarquer que l'on peut connaître immédiatement la forme des surfaces de courbure à partir des tables de contours 15 *a* à *d*, sans aucune sorte de calcul. C'est ainsi que la figure 18 restitue l'allure des surfaces sagittale et tangentielle de l'ensemble de déviation qui a fourni les aberrations reproduites à la figure 14.

3.4. Séparation des aberrations du deuxième et du troisième ordre.

En général on ne pourra éviter l'existence des défauts d'asymétrie, soit à cause d'imperfections dans les bobines ou dans le centrage, soit à cause des défauts de l'appareillage de mesure lui-même. On reconnaît ces derniers au fait que le pinceau se déplaçant à la surface du cône qui a sa pointe au centre de l'écran n'y laisse déjà plus une trace ponctuelle parfaitement propre, mais y inscrit un contour circulaire ou elliptique (astigmatisme du premier ordre) ou même une figure irrégulière. Ce phénomène se produit en général quand la bobine de déviation à examiner a un noyau en fer qui agit sur le champ de la seconde bobine de concentration. Une telle action d'un champ sur l'autre pourrait être évitée en théorie si on les écartait d'avantage en allongeant encore le col du tube, mais ceci a des limites, car le faisceau devient plus sensible à des perturbations par des champs extérieurs. Il faut ici encore adopter une solution raisonnable de compromis.

On a déjà parlé de la séparation des aberrations du second et du troisième ordre au cours du paragraphe précédent, on va la traiter ici plus en détail. Examinons tout d'abord comme auparavant la déviation le long de l'un des axes, par exemple l'axe x.

Aux termes des équations (8) et (13) s'ajoutent alors les suivants (comparer équ. 14) :

$$(25)\quad \begin{cases} \Delta\gamma_x = \dfrac{\Delta x}{L_x} = -a_3\omega_x \operatorname{tg}\gamma_x - c_3\omega_y \operatorname{tg}\gamma_x, \\ \Delta\gamma_y = \dfrac{\Delta y}{L_y} = [a_3\omega_y \operatorname{tg}\gamma_x - c_3\omega_x \operatorname{tg}\gamma_x]\dfrac{1}{k}. \end{cases}$$

Si $c_3 = 0$, le contour reste symétrique par rapport à l'axe des x (*fig.* 20 *a* et 10) et si $c_3 \neq 0$ il y a en plus une rotation du dit contour.

Dans le premier cas $c_3 = 0$, on mesure ΔR et ΔT comme au paragraphe précédent et l'on porte les valeurs trouvées en fonction de $\operatorname{tg}\gamma_x$ (*fig.* 19). Si les courbes ne passent pas par l'origine, cet

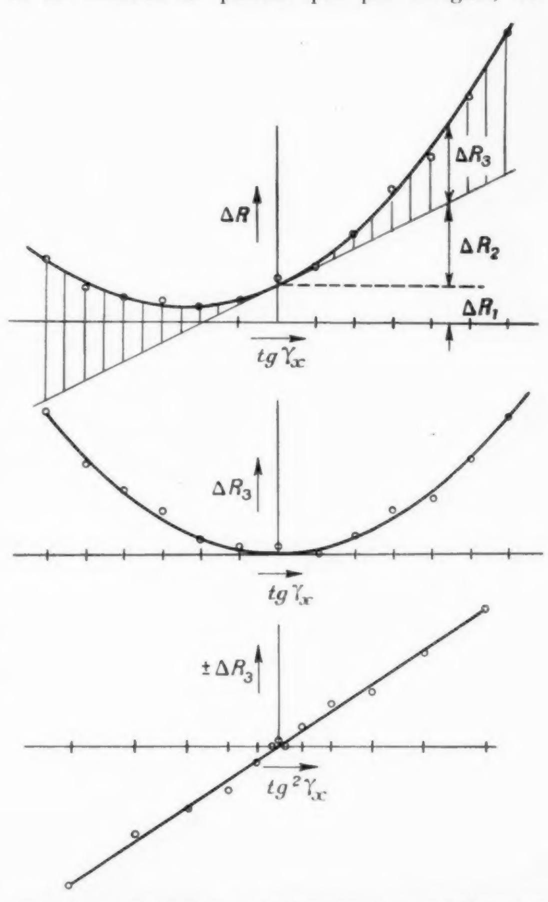


Fig. 19. — Séparation de l'astigmatisme du troisième ordre de l'astigmatisme du second ordre.

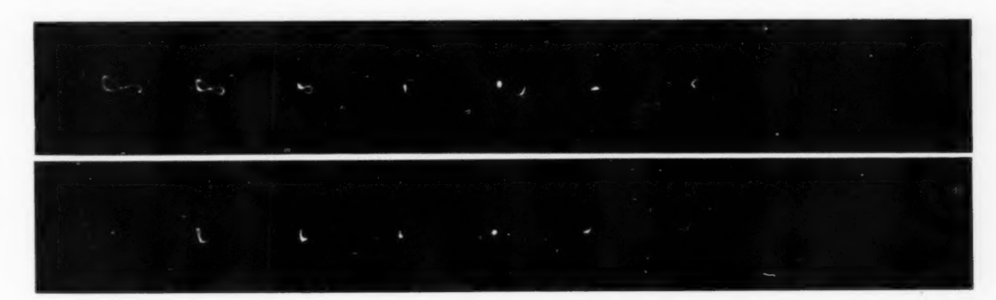


Fig. 20. — Astigmatisme du second ordre du spot dévié le long d'un des axes avec coma et courbure de champ superposés.

a. pour un décentrage dans le sens de déviation; *b.* pour un décentrage perpendiculaire à la direction de déviation.

écart ΔR_1 ou ΔT_1 est à attribuer à l'appareillage de mesure ou à la présence d'un corps magnétique non symétrique dans la bobine de déviation à analyser. Après avoir ramené le milieu de la courbe à zéro, la quantité ΔR_2 qui est encore nécessaire pour la rendre symétrique en amenant ses deux extrémités à la même hauteur (*fig.* 19 *b*) définit le coefficient a_3 de l'astigmatisme du second ordre.

$$a_3 = \frac{\Delta R_2}{L_x \omega \operatorname{tg} \gamma_x}. \tag{26'}$$

Fig. 21. — Dimensions des aberrations à mesurer en présence d'astigmatisme du second ordre.

Avant d'utiliser les valeurs ΔR_3 restantes pour déterminer les coefficients d'aberration du troisième ordre, il est indiqué d'en relever les valeurs en fonction de $\operatorname{tg}^2 \gamma_x$. On doit obtenir une droite que l'on trace avec le maximum de précision et dont on utilise les points comme valeurs moyennes.

S'il existe également de l'astigmatisme anisotrope C_3, de sorte que les contours ne soient plus symétriques par rapport à l'axe (*fig.* 10 *e* et 20 *b*), la manière de procéder pour séparer les coefficients est un peu plus compliquée. On commence par réduire l'angle d'ouverture du faisceau ω, afin que la coma ne paraisse que très peu, et l'on mesure la longueur des deux axes de l'ellipse $2g$ et $2h$ et leur inclinaison δ sur les directions des axes (*fig.* 21). On a alors (*voir* Annexe I) :

$$A_4 + A_5 = \frac{g - h}{L_x \omega \operatorname{tg}^2 \gamma_x}, \tag{27 a}$$

$$(A_4 - A_5)\omega \operatorname{tg}^2 \gamma_x + 2 a_3 \omega \operatorname{tg} \gamma_x = \frac{g - h}{L_x} \operatorname{cotg} 2\delta, \tag{27 b}$$

$$\operatorname{tg} 2\delta = \frac{2 c_3}{(A_4 - A_5) \operatorname{tg} \gamma_x + 2 a_3}. \tag{27 c}$$

Dans la seconde de ces équations, on sépare $(A_4 - A_5)$ de a_3 par la méthode décrite plus haut pour des figures de contours symétriques sur les axes de déviation. On peut alors calculer les coefficients un à un à partir des grandeurs désormais connues $(A_4 + A_5)$ et $(A_4 - A_5)$. Enfin, on obtient c_3 au moyen de la troisième équation. Les signes de chaque coefficient se trouvent comme auparavant, soit à partir des tables de contours, soit directement avec les formules.

Pour faciliter le calcul on reportera toutes les opérations sur un tableau numérique au bout duquel apparaîtront les moyennes des aberrations.

4. DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS DE DISTORSION (GÉOMÉTRIE DE LA TRAME).

4.1. Appareillage de mesure et mesures.

On peut ici employer en principe le même appareillage que celui décrit dans le paragraphe 3 mais sans employer la bobine tournante D_1. Une seule des deux bobines de concentration suffit également.

On commence par envoyer un courant, variable dans le temps, dans l'une des paires de bobines de déviation à étudier. Il est indiqué d'employer la même forme de courant (par exemple en dent de scie) et la même fréquence qu'en service normal, afin de rendre visible une interaction entre les bobines par induction. L'autre paire de bobines est alimentée par un courant continu dont on fait varier la grandeur de quantités rigoureusement

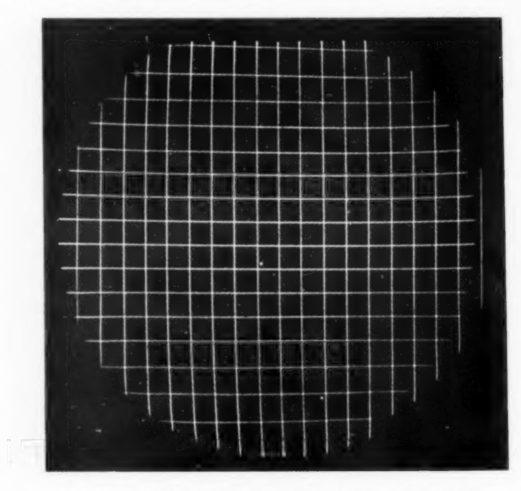


Fig. 22. — Photographie d'un réseau géométrique.

égales. On obtient ainsi une trame de lignes lumineuses qui seraient des droites parallèles et équidistantes, si les bobines étaient dépourvues d'aberrations. Puis on réalise l'opération inverse : la première paire de bobines est alimentée en courant continu que l'on fait varier de quantités égales et la seconde est alimentée avec un courant de balayage utilisé en service (de la même fréquence

qu'avec la première paire de bobines ou d'une fréquence différente). Les deux trames perpendiculaires l'une à l'autre forment un réseau qui est photographié sur un seul et même film. Un exemple en est donné à la figure 22.

Alors que, pour la mesure des défauts de concentration, il fallait s'assurer de la constance dans le temps des tensions et du courant des organes assurant la focalisation, le courant dans la bobine de déviation ne devant rester fixe que le temps de relever un seul contour d'aberration, il faut maintenant maintenir bien constants le courant continu dans la bobine de déviation à étudier, ainsi que la haute tension du tube, et il faut que les variations par échelons du courant employé soient particulièrement exactes, si l'on veut arriver à des résultats de quelque précision.

La mesure exacte du réseau obtenu a de nouveau lieu directement sur le film au microscope, au moyen duquel on note les coordonnées exactes de chaque point de croisement et les différences entre les coordonnées de ces points de croisement et leurs valeurs idéales, que l'on obtient par extrapolation à partir des dimensions des mailles du réseau au centre de l'écran.

En regardant l'image du réseau on voit tout de suite s'il y a un défaut d'asymétrie du premier ordre, qui se manifeste par la non-orthogonalité des deux trames et que l'on peut mesurer en degrés.

4.2. Calcul des coefficients de distorsion en l'absence de défauts de symétrie.

Le calcul des coefficients de distorsion est plus simple que celui des défauts de focalisation. On commence par mesurer les différences d'abscisse Δx_1 (*fig.* 5), des points de croisement sur l'axe des x avec leurs positions idéales et on les porte en fonction de $\mathrm{tg}^3\gamma_x$. S'il n'y a pas d'asymétrie la courbe ainsi obtenue doit être une droite passant par l'origine. On trouve alors pour le coefficient de distorsion la valeur

$$A_1 = \frac{\Delta x_1}{L_x \,\mathrm{tg}^3\gamma_x}. \tag{28}$$

Dans le cas de très grands angles de déviation ou d'une correction insuffisante, la courbe peut, même avec des bobines symétriques, s'écarter de la linéarité d'une façon symétrique par rapport à l'origine comme on le voit sur la figure 24.

En portant ces écarts à la linéarité en fonction de $\mathrm{tg}^5\gamma_x$ on trouve la distorsion du cinquième ordre, qui est donnée par la pente de cette nouvelle droite.

On procède ensuite exactement de la même manière dans la direction y en mesurant les quantités Δy_1 pour obtenir le coefficient B_1 et éventuellement celui d'ordre supérieur.

Pour avoir le coefficient C_1 on mesure les écarts Δy_2 produits par la courbure d'une des lignes du réseau à angle de déviation $\mathrm{tg}\gamma_y$ constant (*fig.* 5 *c*), et on les porte en fonction de $\mathrm{tg}^2\gamma_x$ pour pouvoir tracer une droite moyenne. On obtient alors pour la constante

$$C_1 = \frac{\Delta x_2}{L_x \,\mathrm{tg}\gamma_y \,\mathrm{tg}^2\gamma_x}. \tag{29}$$

Comme avec A_1 on peut encore ici déterminer le coefficient du cinquième ordre, en étudiant la relation des points mesurés avec $\mathrm{tg}^4\gamma_x$.

En changeant d'axes et d'angles γ_x et γ_y on trouve de la même façon le coefficient C_2.

S'il n'y avait que des distorsions du troisième ordre, on pourrait se contenter de déterminer C_1 et C_2 avec une ligne quelconque des trames, par exemple celle du bord, où les écarts Δx_1 et Δy_2 sont les plus grands. Cependant il vaut mieux reporter comme nous l'avons dit C_1 en fonction de $\mathrm{tg}\gamma_y$ et C_2 en fonction de $\mathrm{tg}\gamma_x$ car cela permet de voir si l'on obtient une droite ou une courbe parabolique, ce qui indique la présence d'aberrations d'ordre supérieur. Il faut alors se servir pour déterminer C_1 et C_2 des valeurs trouvées grâce aux courbes pour les environs du centre de l'écran.

4.3. Séparation des aberrations de distorsion du troisième ordre de celles du second ordre.

Il est également plus facile d'effectuer la séparation des coefficients du troisième ordre de ceux du second ordre (provenant d'une asymétrie) dans le cas des aberrations de distorsion que dans le cas des défauts de concentration. Il n'y a plus en effet qu'une seule sorte d'aberration. Le réseau déformé tout entier est décrit par les équations (6) et (7).

Une distorsion du second ordre qui peut être déterminée immédiatement, car elle apparaît isolément, est la courbure des axes de coordonnées.

Considérons par exemple l'axe x (*fig.* 24) et mesurons les écarts Δy_2 par rapport à l'horizontale. On obtient immédiatement

$$a_2 = \frac{\Delta y_2}{L_x \,\mathrm{tg}^2\gamma_x}. \tag{30}$$

Il est de nouveau indiqué de prendre la moyenne de plusieurs mesures en portant Δy_2 en fonction de $\mathrm{tg}^2\gamma_x$. De même on détermine b_2 au moyen de la courbure de l'axe y.

En mesurant maintenant les écarts par rapport à la trame idéale, le long des axes, non plus perpendiculairement aux directions de déviation, mais

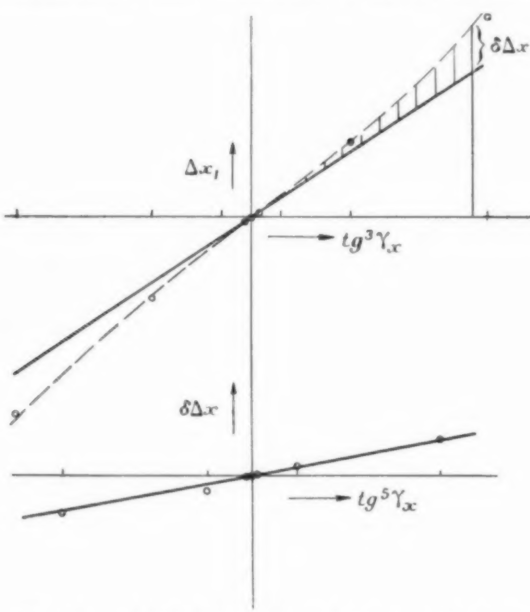


Fig. 23. — Détermination des coefficients de distorsion.

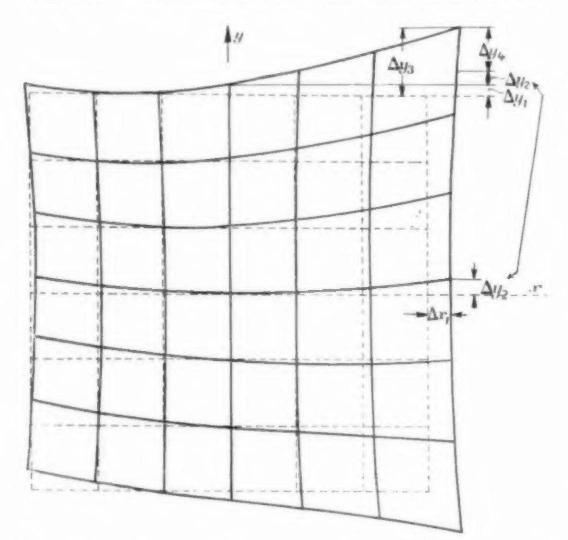


Fig. 24. — Mesure des aberrations du réseau géométrique par rapport au réseau idéal.

parallèlement à celles-ci, par exemple les écarts Δx_1 le long de l'axe x en fonction de $tg^2\gamma_x$ (*fig.* 24), on obtient

$$a_1 = \frac{\Delta x_1}{L_x \, tg^2\gamma_x} \tag{31}$$

pour la partie de Δx_1 variant linéairement avec $tg^2\gamma_x$. Le reste peut être porté en fonction de $tg^3\gamma_x$, ce qui donne comme plus haut, le coefficient du troisième ordre A_1.

On procède de la même manière pour déterminer b_1 et B_1.

Pour trouver les coefficients c_1 et C_1, c_2 et C_2 il faut considérer les lignes des trames ne se trouvant pas au voisinage de leurs axes respectifs mais plus vers les bords de l'écran. On mesure (*fig.* 24) par exemple les écarts Δy_3 perpendiculaires cette fois à la ligne choisie, on en retranche les écarts Δy_2 correspondant aux mêmes $tg\gamma_x$ sur l'axe x ainsi que les écarts Δy_1 correspondant aux mêmes $tg\gamma_y$ sur l'axe y, et l'écart restant Δy_4, porté en fonction de $tg\gamma_x$ donnera

$$c_2 = \frac{\Delta y_4}{L_y \, tg\gamma_x \, tg\gamma_y}, \tag{32}$$

à condition de n'en prendre que la partie linéaire.

La différence Δy_5 entre la courbe Δy_4 et sa partie linéaire est maintenant portée en fonction de $tg^2\gamma_x$ et donne comme au paragraphe précédent :

$$C_2 = \frac{\Delta y_5}{L_y \, tg\gamma_y \, tg^2\gamma_x}. \tag{33}$$

On procède de manière analogue pour déterminer les coefficients c_1 et C_1. Comme dans le paragraphe précédent on peut, si les mesures sont assez précises, montrer l'existence de défauts de symétrie d'ordre supérieur, et éventuellement les chiffrer.

5. CONCLUSIONS.

Il est possible, avec l'aide de l'appareillage décrit, de tracer les images d'aberrations de différents types de bobines et d'en déduire la valeur des coefficients d'aberrations.

Les ensembles de déviation présentent deux sortes de défauts : les défauts intrinsèques à chaque type de bobines (défaut du troisième ordre) et les défauts particuliers à chaque bobine en raison de ses tolérances de fabrication et de son centrage, appelés défauts de symétrie (défauts du deuxième ordre).

La connaissance de ces deux sortes de défauts est souvent fort importante. En pratique, il est possible que l'on admette certaines aberrations, à condition toutefois que les trames de deux ensembles de même type puissent se recouvrir aussi bien que possible; dans ce cas, une attention particulière doit être portée sur la reproductibilité des bobines et sur le contrôle des défauts de symétrie.

En ce qui concerne les défauts intrinsèques (ceux

du troisième ordre) qui sont propres à la forme de la bobine (supposée construite et centrée avec symétrie parfaite), il est à rappeler que l'on emploie de plus en plus des bobines à distribution sinusoïdales des ampère-tours autour du col du tube. Un simple exemple d'une telle bobine est traité dans l'Annexe II. Les aberrations des bobines de ce genre sont assez réduites. Il est cependant des applications où la correction de certaines aberrations doit être effectuée plus particulièrement et au détriment de la correction d'autres aberrations.

L'appareillage décrit dans le présent travail est utile pour le développement de nouveaux types de bobines répondant à des caractéristiques spéciales. Si un courant de faible intensité est suffisant, de sorte que l'on peut employer un faisceau très fin, les aberrations de déconcentration sont peu importantes et l'on pourra faire porter l'effort sur l'amélioration de la géométrie. Si, au contraire, un courant électronique de grande intensité est requis, comme par exemple pour les tubes cathodiques de projection sur grand écran, on aura des défauts de concentration particulièrement importants et l'on s'attachera à les diminuer le plus possible.

Comme une courbure moyenne du champ est inévitable, on ne pourra le plus souvent dans des cas semblables se dispenser d'une correction dynamique par variation du courant dans la bobine de focalisation (en synchronisme avec le balayage), afin d'amener la surface de courbure moyenne à coïncider avec celle de l'écran. Il est alors indiqué de remplacer la seconde bobine de concentration de l'appareil de mesure par la bobine que l'on emploiera en pratique, afin de mesurer réellement les aberrations restant après la correction de concentration.

De toute manière, il est intéressant d'examiner sur l'appareillage de mesure le bloc formé par la bobine de concentration et l'ensemble de déviation (tel qu'il sera utilisé dans la pratique), afin de déterminer ses défauts globaux. La présence des masses de fer de cette bobine de concentration, dans le voisinage immédiat des bobines de déviation, et le fait que ces masses peuvent être inhomogènes du point de vue magnétique, entraînent souvent de nouvelles aberrations des bobines de déviation.

Puisque dans le cas de forts courants de faisceau, on corrige particulièrement les défauts de concentration, les ensembles de déviation présentent souvent des distorsions géométriques plus fortes, que l'on peut réduire en plaçant un cadre carré, portant quatre bobines parcourues par du courant continu, entre l'ensemble de déviation et l'écran du tube.

Ici encore, pour déterminer les aberrations à attendre en pratique, il sera indiqué d'étudier, avec l'appareillage de mesure, tout l'ensemble optique avec le cadre de bobines supplémentaires.

Il est à noter que les bobines à simple symétrie [1] que l'on utilise quelquefois peuvent, aussi, être étudiées au moyen de l'appareillage décrit. On trouvera alors naturellement des aberrations du second ordre, qui seront cette fois typiques pour l'ensemble étudié, et qui devront être déterminés quantitativement par les méthodes indiquées plus haut.

L'auteur remercie M. Michel David pour le soin qu'il a apporté dans les expériences relatives à ce travail.

ANNEXE I.

Nous rappellerons ici quelques propriétés des équations de l'ellipse écrites sous forme paramétrique et nous nous en servirons pour trouver les formules de séparation des coefficients d'aberrations que nous avons données dans la partie principale de l'article.

Une ellipse est représentée, sous forme paramétrique, par le système d'équations (*voir* aussi [3]) :

$$(34)\qquad \begin{cases} \Delta x = a\cos\varphi + c\sin\varphi, \\ \Delta y = b\sin\varphi + d\cos\varphi. \end{cases}$$

En particulier, il nous intéresse de connaître la grandeur des demi-axes et l'angle qu'ils font avec les directions x et y. Pour cela introduisons les grandeurs complexes :

$$\Delta z = \Delta x + i\Delta y;$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}); \qquad \sin\varphi = \frac{1}{2i}(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi});$$

ce qui donne

$$(35)\qquad \begin{aligned} \Delta z &= \frac{1}{2}[(a+b) + i(d-c)]e^{i\varphi} \\ &\quad + \frac{1}{2}[(a-b) + i(d+c)]e^{-i\varphi} \\ &= A e^{i\varphi + i\alpha} + B e^{-i\varphi + i\beta}, \end{aligned}$$

où nous avons posé

$$(35a)\qquad \begin{cases} A = \frac{1}{2}\sqrt{(a+b)^2 + (d-c)^2}; & \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{d-c}{a+b}; \\ B = \frac{1}{2}\sqrt{(a-b)^2 + (d+c)^2}; & \operatorname{tg}\beta = \dfrac{d+c}{a-b}. \end{cases}$$

En multipliant maintenant Δz par $e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\beta)}$, c'est-à-dire en faisant tourner le rayon vecteur d'un angle :

$$(36)\qquad \delta_x = -\frac{1}{2}(\alpha + \beta),$$

on obtient

$$(37)\qquad \overline{\Delta z} = \overline{\Delta x} + i\overline{\Delta y} = \Delta z\, e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\beta)}$$
$$= A\, e^{i\left[\varphi+\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right]} + B\, e^{-i\left[\varphi+\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right]}$$
$$= (A+B)\cos\left(\varphi+\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
$$+ i(A-B)\sin\left(\varphi+\frac{\alpha-\beta}{2}\right).$$

Cette nouvelle équation n'est autre que l'équation de l'ellipse rapportée à ses axes. Les axes principaux sont

$$(38)\qquad 2g = 2(A+B),\qquad 2h = 2(A-B).$$

L'angle δ_x s'obtient par la relation

$$(39)\qquad \operatorname{tg} 2\delta_x = \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$
$$= \frac{2(ad+cb)}{a^2-b^2+c^2-d^2}.$$

Appliquons maintenant ces résultats aux équations (8) et (14) dans la partie principale de l'article pour $\operatorname{tg}\gamma_y = 0$. On obtiendra alors

$$(40)\qquad \begin{cases} \Delta x = \omega L_x[(A_4\operatorname{tg}^2\gamma_x + a_3\operatorname{tg}\gamma_x)\cos\varphi + c_3\operatorname{tg}\gamma_x\sin\varphi], \\ \Delta y = \omega L_x[(A_5\operatorname{tg}^2\gamma_x - a_3\operatorname{tg}\gamma_x)\sin\varphi + c_3\operatorname{tg}\gamma_x\cos\varphi]; \end{cases}$$

d'où l'on tire

$$(41)\qquad \begin{cases} a = \omega L_x(A_4\operatorname{tg}^2\gamma_x + a_3\operatorname{tg}\gamma_x), \\ b = \omega L_x(A_5\operatorname{tg}^2\gamma_x - a_3\operatorname{tg}\gamma_x), \\ c = d = \omega L_x c_3\operatorname{tg}\gamma_x. \end{cases}$$

Il s'ensuit pour les axes principaux de l'ellipse les relations

$$(42)\qquad \begin{cases} 2g = 2(A+B) \\ \quad = \omega L_x\operatorname{tg}\gamma_x\left\{(A_4+A_5)\operatorname{tg}\gamma_x + \sqrt{[(A_4-A_5)\operatorname{tg}\gamma_x + 2a_3]^2 + 4c_3^2}\right\}, \\ 2h = 2(A-B) \\ \quad = \omega L_x\operatorname{tg}\gamma_x\left\{(A_4+A_5)\operatorname{tg}\gamma_x - \sqrt{[(A_4-A_5)\operatorname{tg}\gamma_x + 2a_3]^2 + 4c_3^2}\right\}, \end{cases}$$

et pour leur demi-somme :

$$(43)\qquad g + h = \omega L_x(A_4 + A_5)\operatorname{tg}^2\gamma_x.$$

L'angle de rotation δ_x dont l'ellipse est tournée par rapport à l'axe des x est donné puisque $c = d$, par

$$(44)\qquad \operatorname{tg} 2\delta_x = -\frac{2c(a+b)}{a^2-b^2}$$
$$= -\frac{2c}{a-b} = -\frac{2c_3}{(A_4-A_5)\operatorname{tg}\gamma_x + 2a_3}.$$

Pour la demi-différence des axes principaux de l'ellipse on trouve enfin :

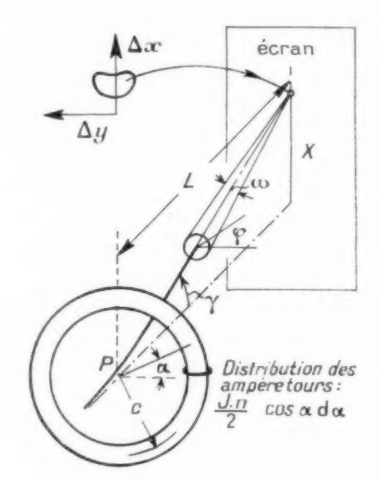
$$(45)\qquad g - h = \omega L_x\operatorname{tg}\gamma_x[(A_4-A_5)\operatorname{tg}\gamma + 2a_3]\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2\delta_x}$$
$$= \frac{\omega L_x\operatorname{tg}\gamma_x}{\cos 2\delta_x}[(A_4-A_5)\operatorname{tg}\gamma_x + 2a_3].$$

pour l'utilisation dans les équations (27)

ANNEXE II.

Bobines de déviation à répartition sinusoïdale des ampère-tours.

Dans de telles bobines la répartition du champ dans l'espace reste invariable quels que soient les courants passant dans les enroulements. Seule la



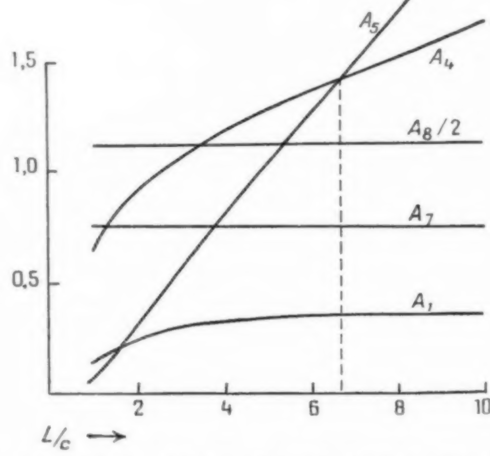


Fig. 25. — Coefficients d'aberrations calculés pour une bobine présentant une distribution sinusoïdale des ampère-tours.

direction varie, elle ne dépend d'ailleurs que du rapport des courants.

On obtiendra par suite des aberrations identiques sur tous les rayons et il suffira d'étudier une seule paire de bobines. La figure 25 donne le résultat du calcul effectué dans le cas le plus simple d'une bobine toroïdale dont les ampère-tours sont distribués selon la loi sinusoïdale. On y a reporté en fonction du rapport $\frac{L}{c}$ de la distance L bobine-écran au rayon c de la bobine les coefficients des seules aberrations restantes, qui sont A_1 pour la distorsion, A_7 et A_8 pour la coma et A_4 et A_5 pour les courbures tangentielles et sagittales. Seules ces deux dernières varient sensiblement en fonction du rapport $\frac{L}{c}$ et l'on voit qu'elles deviennent identiques pour une certaine distance de l'écran. Les deux courbures coïncident alors avec la courbure moyenne et l'astigmatisme disparaît. On voit donc que, quand on emploie un tel type de bobines, il faut les placer à la bonne distance de l'écran. Les coefficients A_7 et A_8 représentant comme nous l'avons dit la coma, sont pour ce type de bobines particulièrement petits et pratiquement négligeables devant les autres aberrations.

Enfin le coefficient de distorsion A_1 donne un « coussin » symétrique, qui peut être compensé par une lentille magnétique (simple bobine d'un diamètre assez grand) placée entre l'ensemble de déviation et l'écran en raison du caractère symétrique par rapport à l'axe des aberrations de distorsion produit par un ensemble de déviation de ce genre.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] G. Wendt, *Onde Électrique*, février 1953, p. 93-106.
[2] A. W. Friend, *R. C. A. Review*, t. 12, nº 3, IIe partie, septembre 1951, p. 612-644.
[3] W. Glaser, *Grundlagen der Elektronen Optik*, Springer-Verlag, Wien, 1953.

Imp. GAUTHIER-VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS

146053

Dépôt légal, Imprimeur, 1954, n° 915.

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins, PARIS

146 058

Dépôt légal, Imprimeur, 1954, n° 915

Le Gérant : L. P. BOULANGER.

